

Lasery, rezonátory a gaussovský svazek

Jan Soubusta
2026



OBSAH

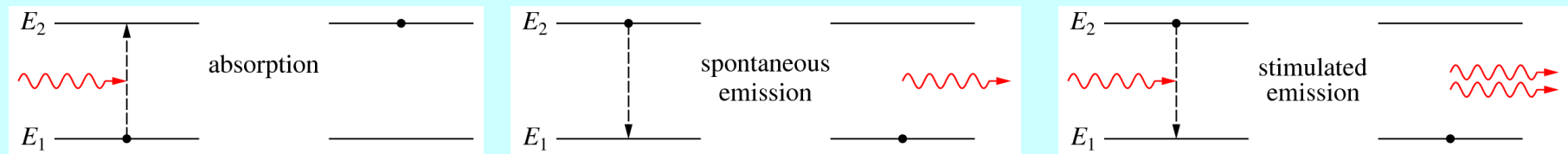
1. Co je Laser? opakování
2. Rezonátor - podélné módy
3. Fabryho-Peroův rezonátor
4. Spektrum laseru
5. Příčné módy
6. Gaussův svazek



1. Co je Laser? opakování

Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

1917 : Albert Einstein popsal princip fungování laseru



1960 : Theodore H. Maiman (California)

první laser měl aktivní prostředí rubínový krystal : $\lambda = 694 \text{ nm}$

1962 : Robert N. Hall

první laserová dioda, GaAs, $\lambda = 850 \text{ nm}$

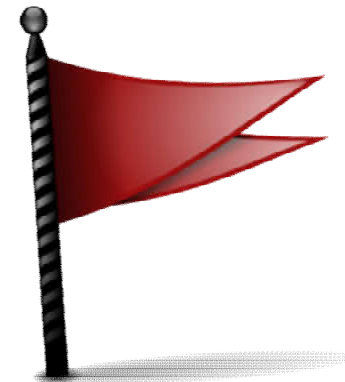
1963 : Karel Pátek (rodiště Příbyslav)

první laser sestavený v Československu,

Nd:ve skle, $\lambda = 1064 \text{ nm}$

Dnes : spousta druhů laserů

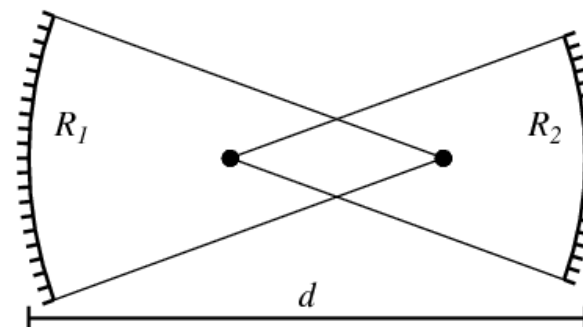
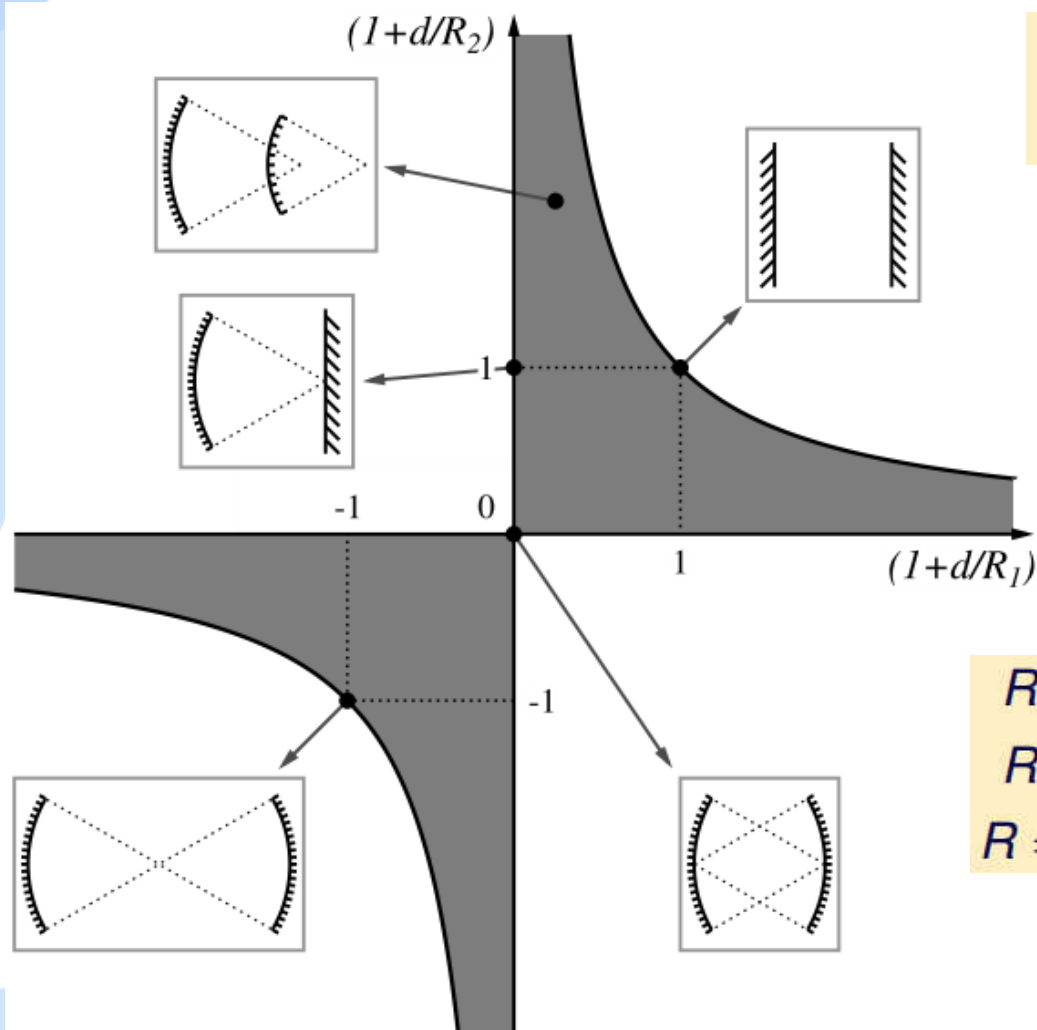
plynové, excimerové, pevnolátkové,
vláknové, fotonické krystaly,
polovodičové, barvivové
a další exotická média



2.1 Rezonátor - stabilita světla uvnitř

podmínka stability

$$0 \leq \left(1 + \frac{d}{R_1}\right) \left(1 + \frac{d}{R_2}\right) \leq 1$$



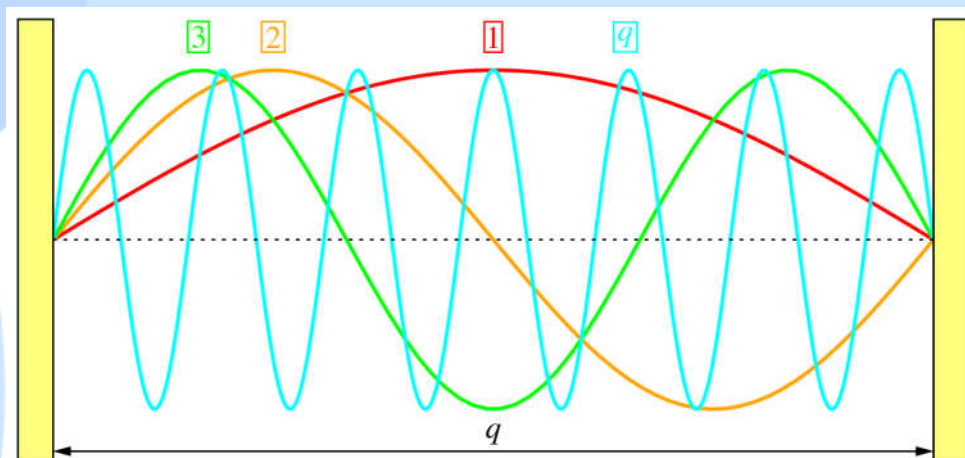
$R < 0$

$R > 0$

$R = \infty$

duté (konkávní) zrcadlo
vypuklé (konvexní) zrcadlo
rovinné (planární) zrcadlo

2.2 Rezonátor - podélné módy



- na zrcadle je uzel pole
- délka rezonátoru
= celý počet půlvln

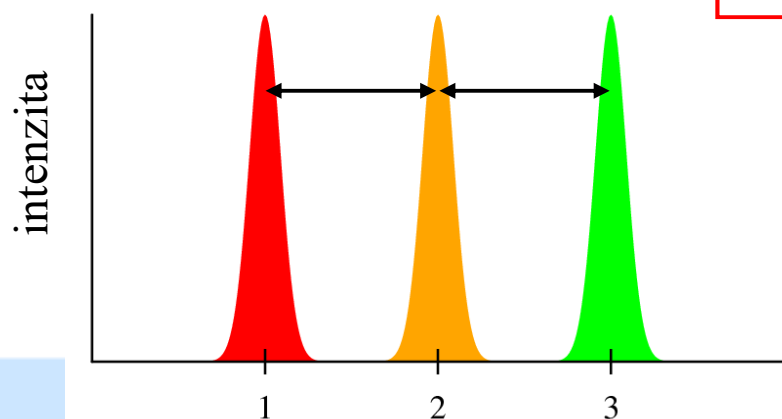
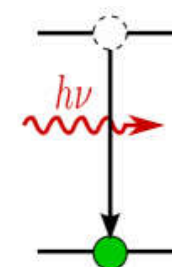
typická optická frekvence pole :

$$\nu = \frac{1}{T_\lambda} = \frac{c}{\lambda} \approx 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

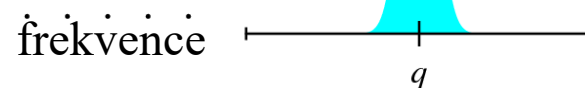
vln. délka	$\lambda_1 = 2d$	$\lambda_2 = 2d/2$	$\lambda_3 = 2d/3$	...	$\lambda_q = 2d/q$
frekvence	$f_1 = c/2d$	$f_2 = 2 c/2d$	$f_3 = 3 c/2d$	...	$f_q = q c/2d$

frekvenční vzdálenost podélných módů:

$$\nu_F = \frac{c}{2d}$$

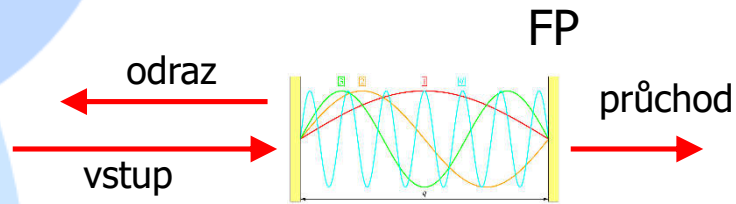


Barva laseru je určena vzdáleností
mezi energetickými hladinami
aktivního prostředí.



3. Fabryho-Peroův (FP) rezonátor

amplitudová reflektivita (r_1, r_2) a propustnost (t_1, t_2) zrcadel



propustnost neboli transmisivita

$$T(\nu) = \frac{T_{\max}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi\nu/\nu_F)}$$

maximum propustnosti

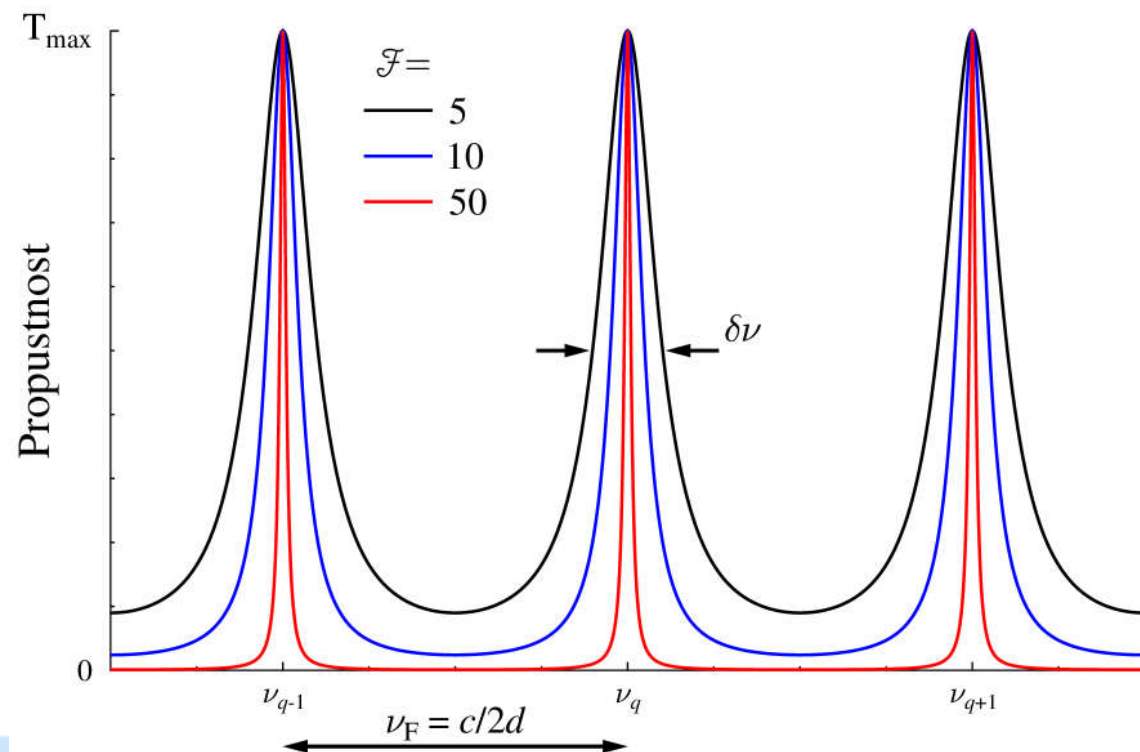
$$T_{\max} = \frac{|t_1 t_2|^2}{(1 - r_1 r_2)^2}$$

jemnost (finesse)

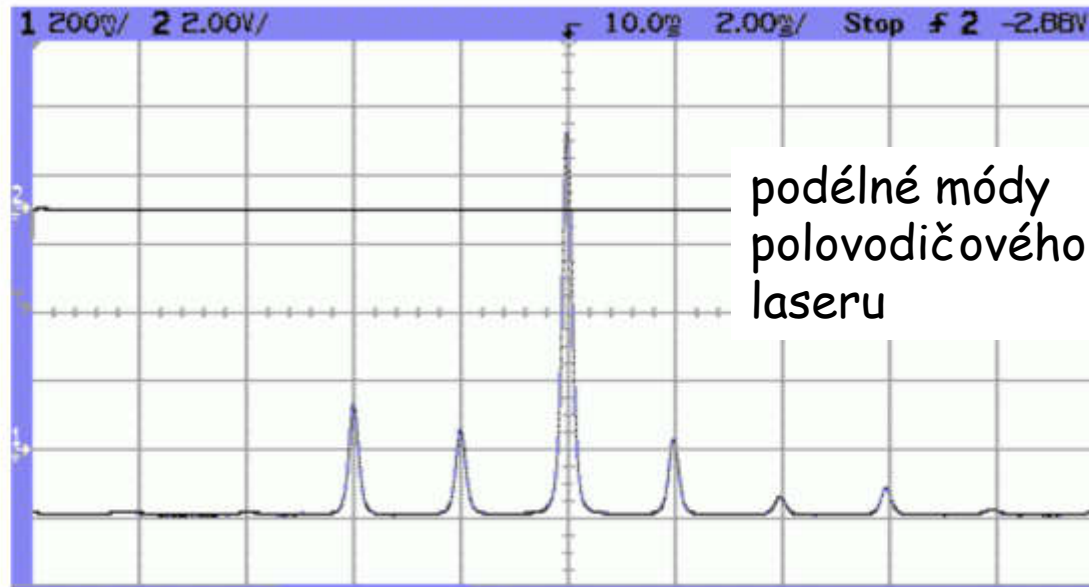
$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}$$

frekvenční šířka čáry

$$\delta\nu = \nu_F / \mathcal{F}$$



Spektrum
polovodičového
laseru OZ Optics



Jemnost:
 $\mathcal{F} = 150$,
Centrální vlnová
délka:
 $\lambda = 826 \text{ nm}$

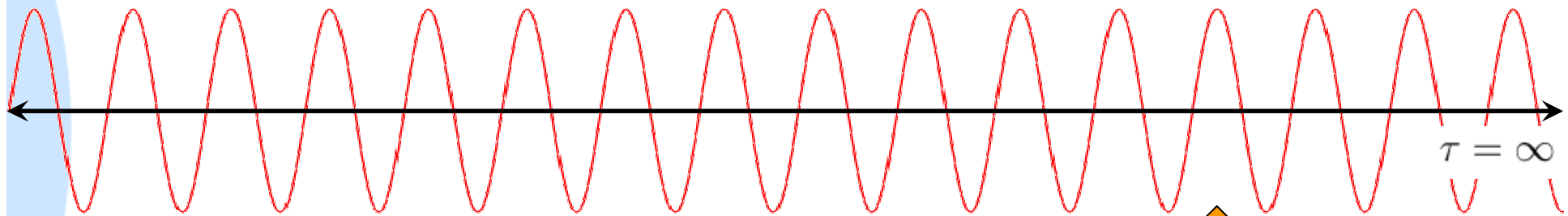
d mm	ν_F GHz	λ_F nm	1 nm/ ν_F	$\delta\nu$ GHz	$\delta\lambda$ nm
10	15	0.035	29	0.1	0.00023
5	30	0.069	14.5	0.2	0.00046
2	75	0.173	5.8	0.5	0.00125
1	150	0.35	2.9	1	0.0023
0.5	300	0.69	1.45	2	0.0046
0.2	750	1.73	0.58	5	0.0115
0.1	1500	3.5	0.29	10	0.023

4.1 Spektrum vs. délka pulzu

Vazba přes Fourierovu transformaci.

Kontinuální CW laser = úzká spektrální čára

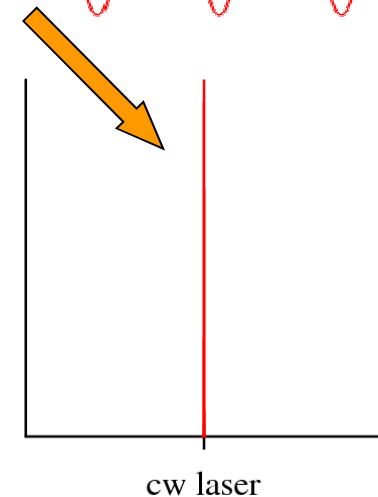
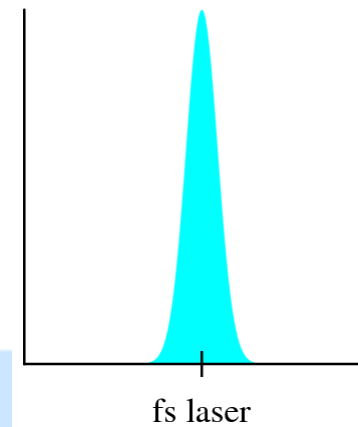
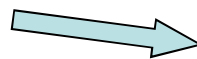
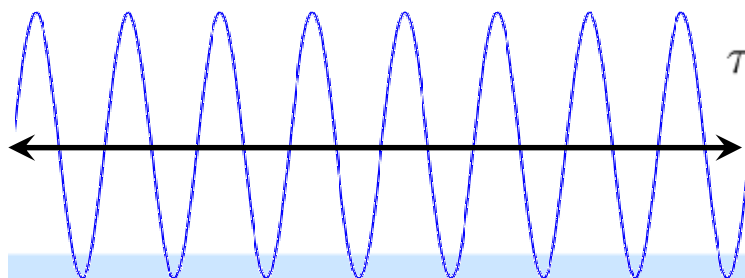
Femtosekundový laser = spektrum široké několik nanometrů



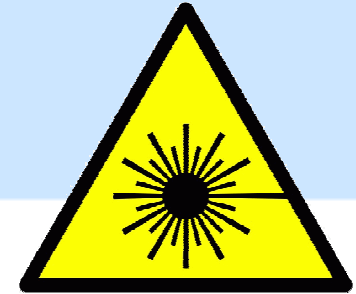
ns laser : narrow spectrum nearly continuous

1 ps laser : length 0.3 mm (500 waves)

20 fs laser : length 6 μm (8 waves)



4.2 Spektrum Kr laseru



CW laser generuje monochromatické světlo
jedna barva → vysoká časová koherence

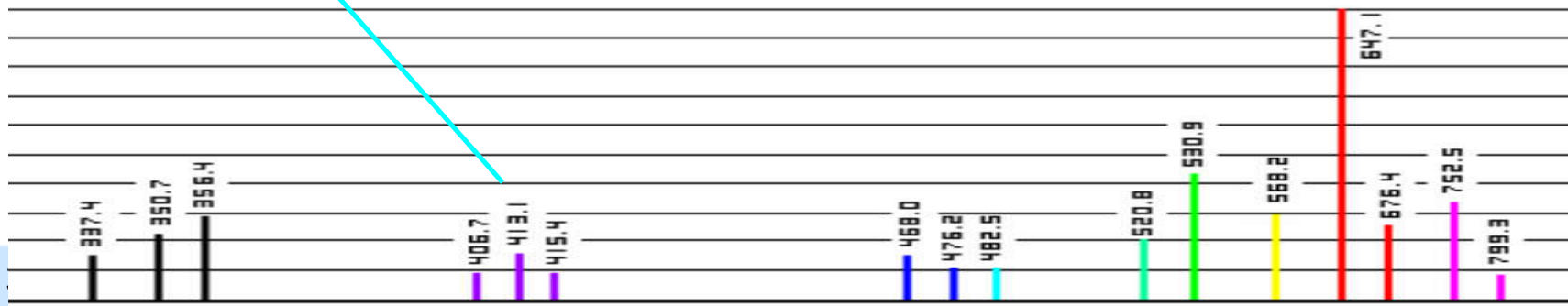
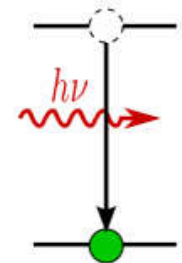


bílá žárovka : celé VIS > 400 nm šířka spektra

sodíková lampa (jedna čára) : 589 nm, šířka spektra < 1 nm
($\Delta f \approx 800$ MHz)

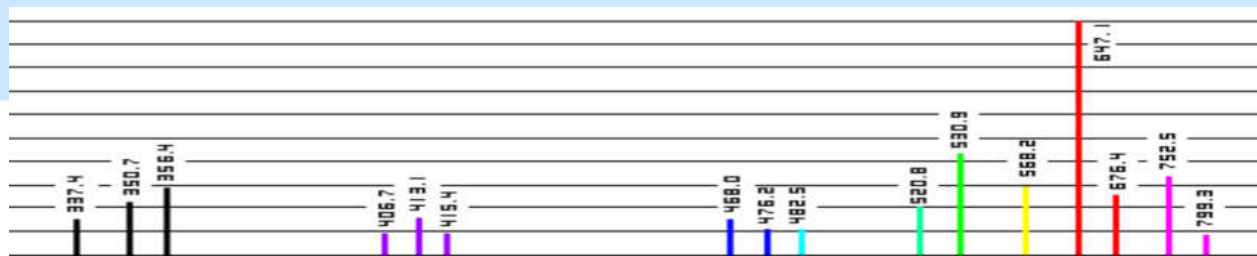
Kr laser v módu single frequency
413 nm, $\Delta \lambda \approx 10^{-6}$ nm, $\Delta f \approx 1$ MHz

$$\Delta f \approx 1/\tau$$



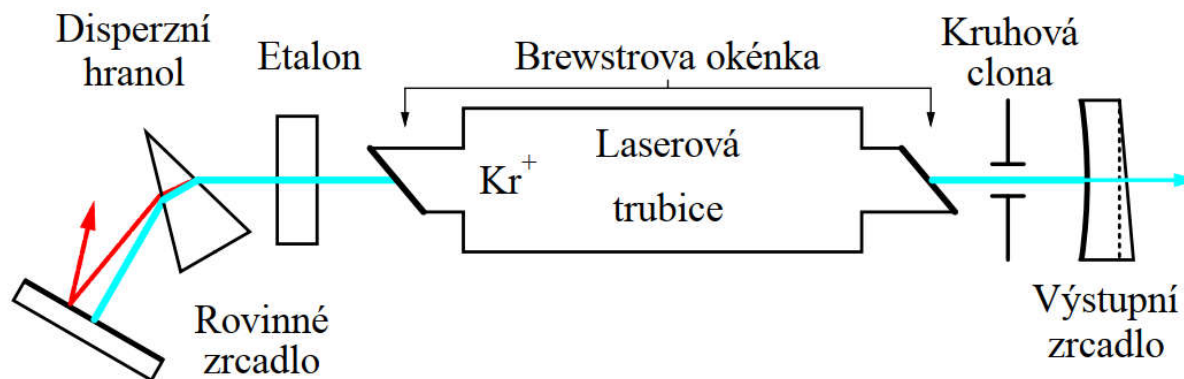


Výběr spektra Kr laseru



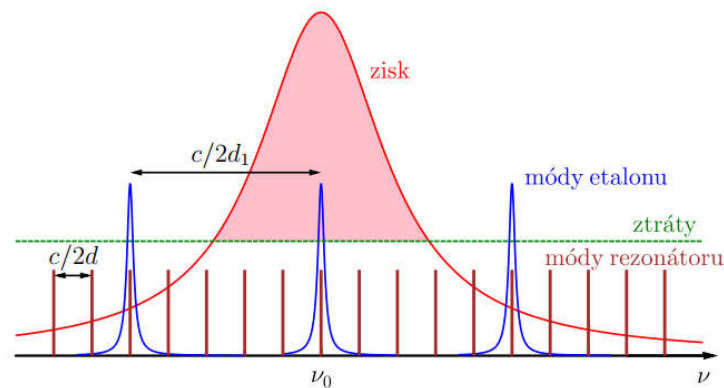
Výběr jedné spektrální čáry pomoc hranolu - single line
To odpovídá padesáti podélných módů 6-8 GHz

$$413 \text{ nm}, \Delta\lambda \approx 4 \times 10^{-3} \text{ nm}, \Delta f \approx 7 \text{ GHz}$$

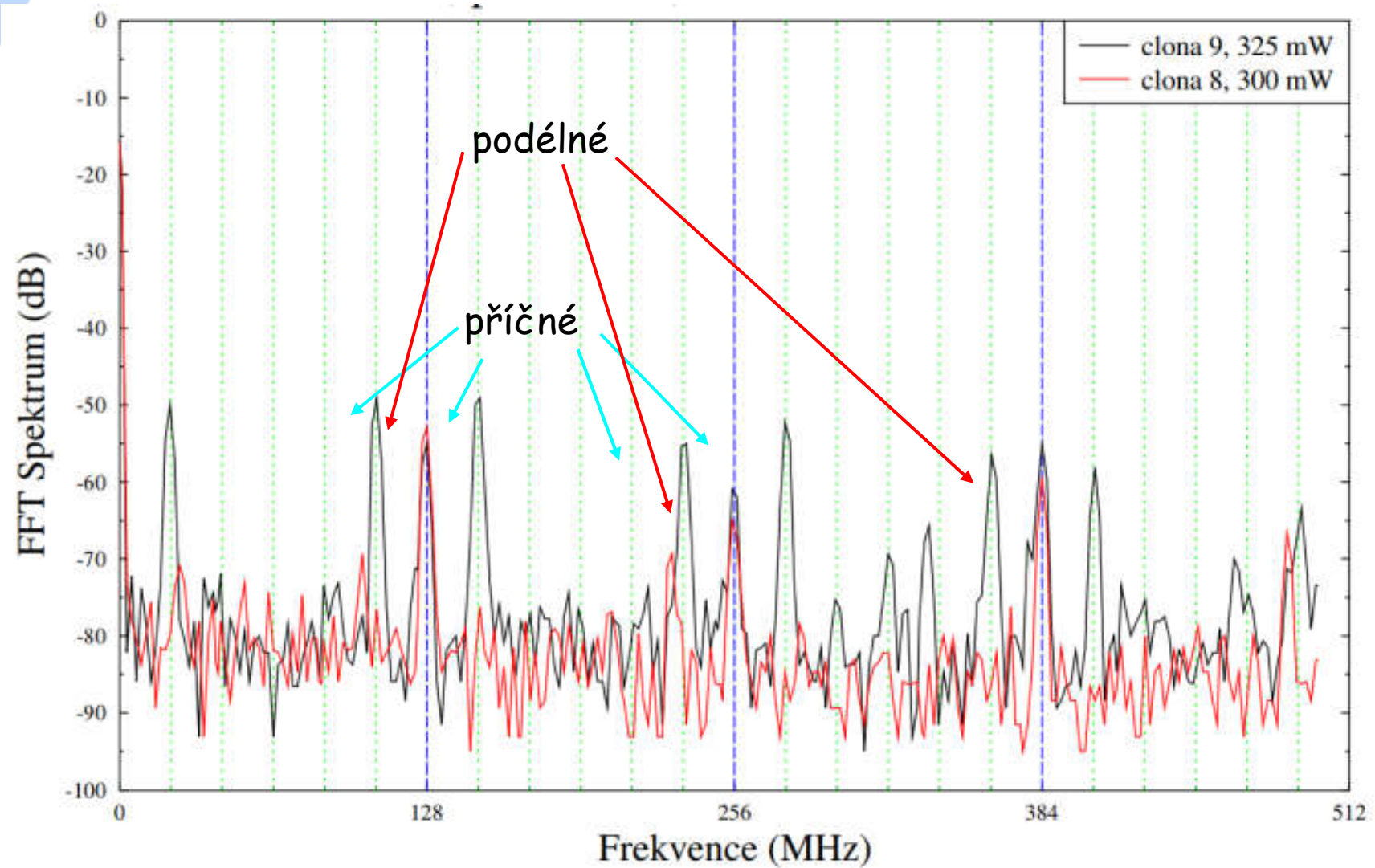


Výběr jednoho podélného módu
pomocí etalonu - single frequency

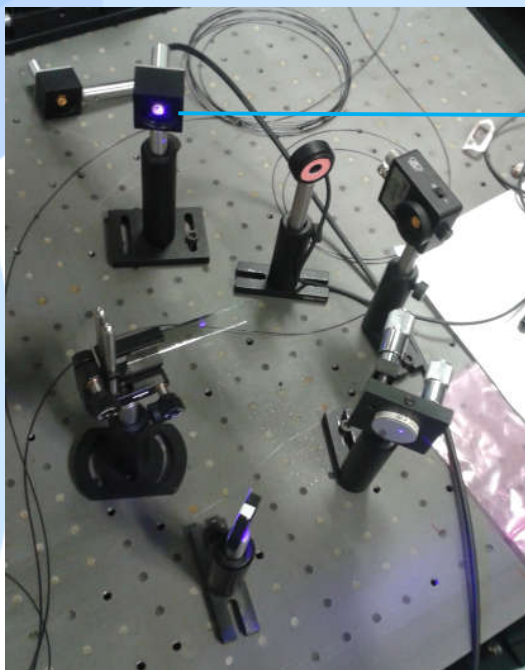
$$413 \text{ nm}, \Delta\lambda \approx 10^{-6} \text{ nm}, \Delta f \approx 1 \text{ MHz}$$



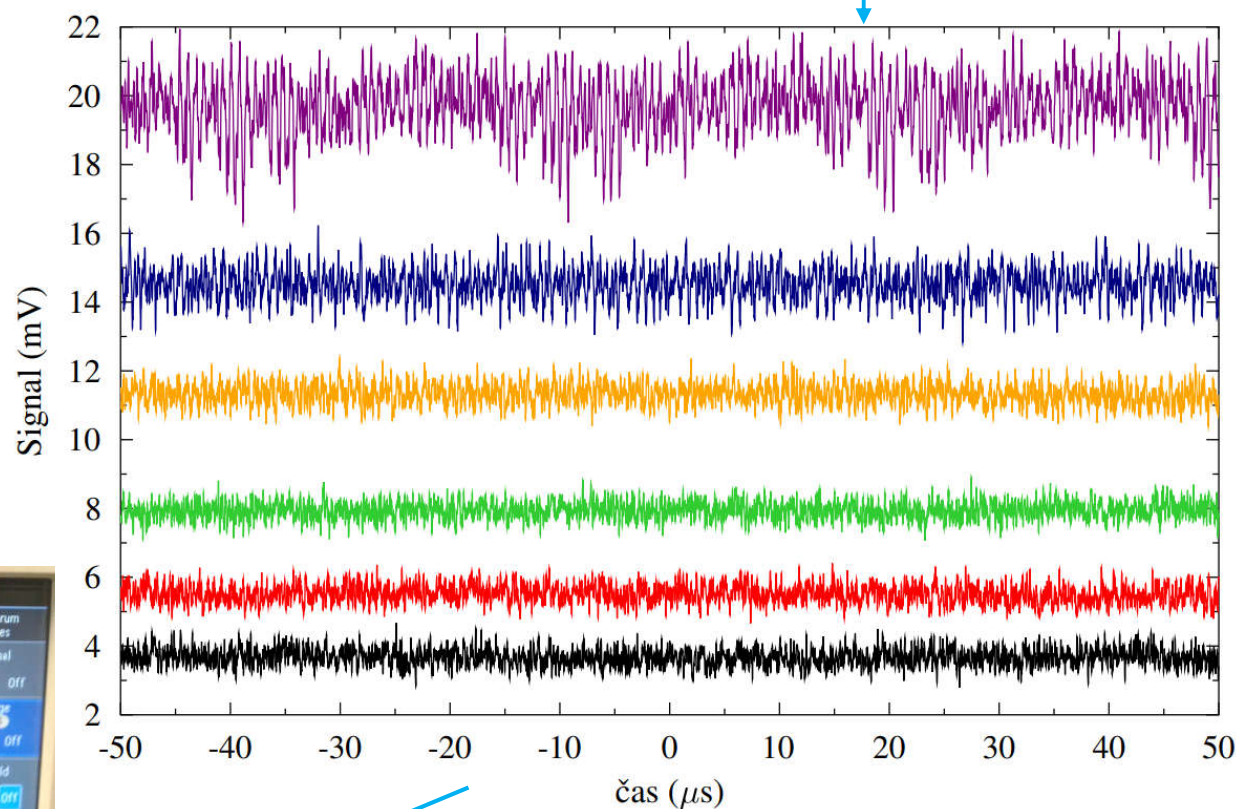
5.1 Příčné módy rezonátoru Kr laseru



5.1 Příčné módy rezonátoru Kr laseru

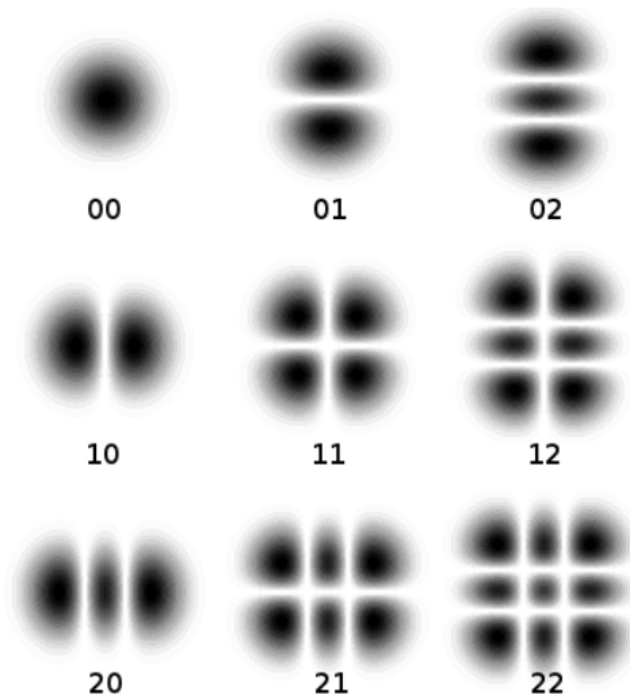


Výkon laseru se vlní v čase
větší výkon, více vlnění

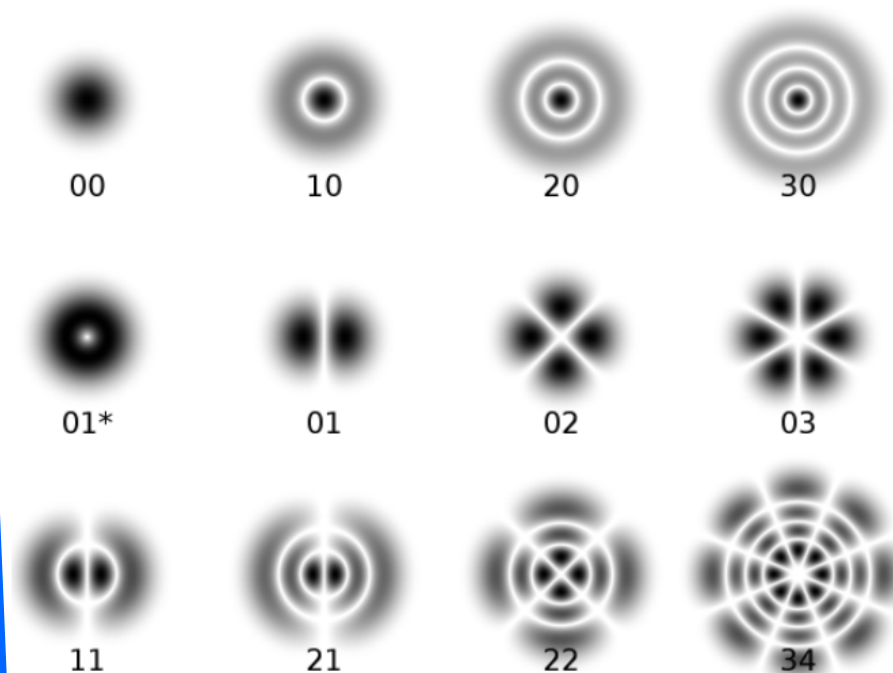


FFT pomocí spektrálního analyzátoru

5.2 Příčné módy rezonátoru



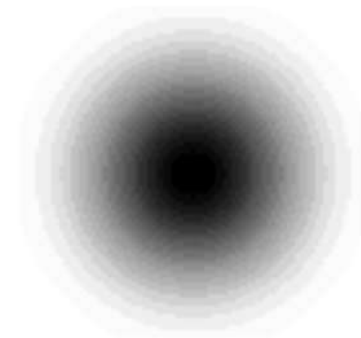
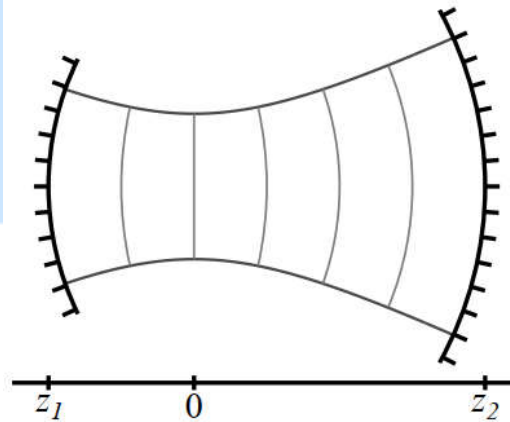
Laguerrovy-Gaussovy svazky
symetrie v osách horizont., vertik.
čtvercová zrcadla



Hermitovy-Gaussovy svazky
osová symetrie, kruhová zrcadla

6. Gaussův svazek

Gaussův svazek = základní
mód kruhového rezonátoru
= mód 00



$$E = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-i(kz - \eta(z))} e^{-r^2 \left(\frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right)}.$$

průměr svazku v místě (z) :

$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{b^2} \right)$$

zakřivení svazku v místě (z) :

$$R(z) = z \left(1 + \frac{b^2}{z^2} \right)$$

Rayleighova vzdálenost:

$$b = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

plocha svazku v pase (sedla):

$$S = \pi w_0^2 = b\lambda.$$

polovina úhlu daleko od sedla:

$$\Theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{w_0}{b}$$

Gaussův svazek se čočkou transformuje opět na Gaussův svazek

čočka 2f od sedla

vstupní svazek

Gauss. sedlo svazku, $w = 50.0 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 10.5 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.011$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 9.51 mm

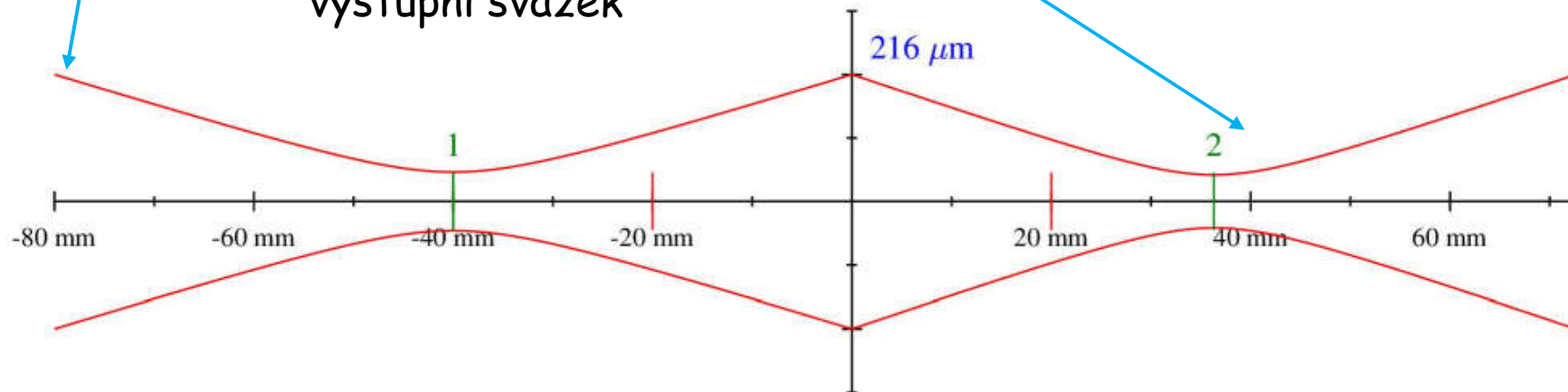
Gauss. sedlo svazku, $w = 45.2 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 11.6 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.012$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 7.76 mm

$\lambda = 826.0 \text{ nm}$

použitá čočka

ohnisk. vzdal. cocky $f = 20.0 \text{ mm}$
vzdalenost cocky od sedla svazku = 40.0 mm
tady je sirka $w = 216 \mu\text{m}$
dalsi sedlo je od cocky vzdáleno = 36.3 mm

výstupní svazek



Gaussův svazek se čočkou transformuje opět na Gaussův svazek

čočka f od sedla

vstupní svazek

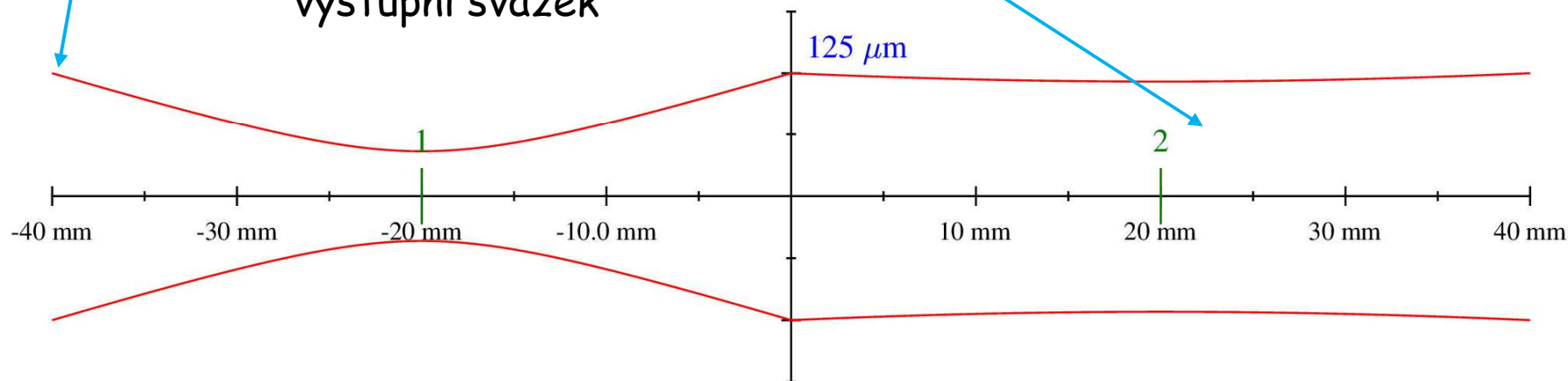
Gauss. sedlo svazku, $w = 45.2 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 11.6 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.012$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 7.76 mm

Gauss. sedlo svazku, $w = 116 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 4.52 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.005$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 51.6 mm

použitá čočka

ohnisk. vzdal. čočky $f = 20.0 \text{ mm}$
vzdálenost čočky od sedla svazku = 20.0 mm
tady je šířka $w = 125 \mu\text{m}$
další sedlo je od čočky vzdáleno = 20.0 mm

výstupní svazek



Gaussův svazek se čočkou transformuje opět na Gaussův svazek

čočka 5f od sedla

vstupní svazek

Gauss. sedlo svazku, $w = 116 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 4.52 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.005$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 51.6 mm

Gauss. sedlo svazku, $w = 29.1 \mu\text{m}$
Divergence (celý uhel), $2\theta = 18.1 \text{ mrad}$
 $\text{NA} = 0.018$
Rayleighova vzdálenost, (b nebo z_0) = 3.21 mm

použitá čočka

ohnisk. vzdal. cocky $f = 200 \text{ mm}$
vzdálenost cocky od sedla svazku = 1.00 m
tady je sirka $w = 2.26 \text{ mm}$
dalsi sedlo je od cocky vzdáleno = 250 mm

výstupní svazek

