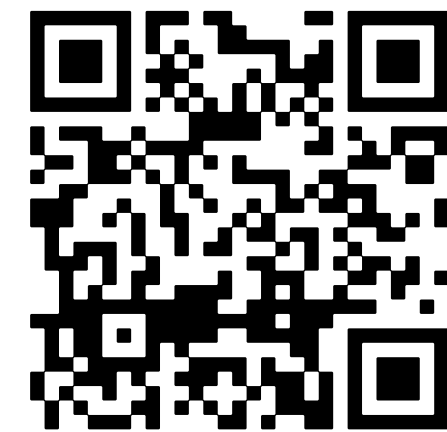
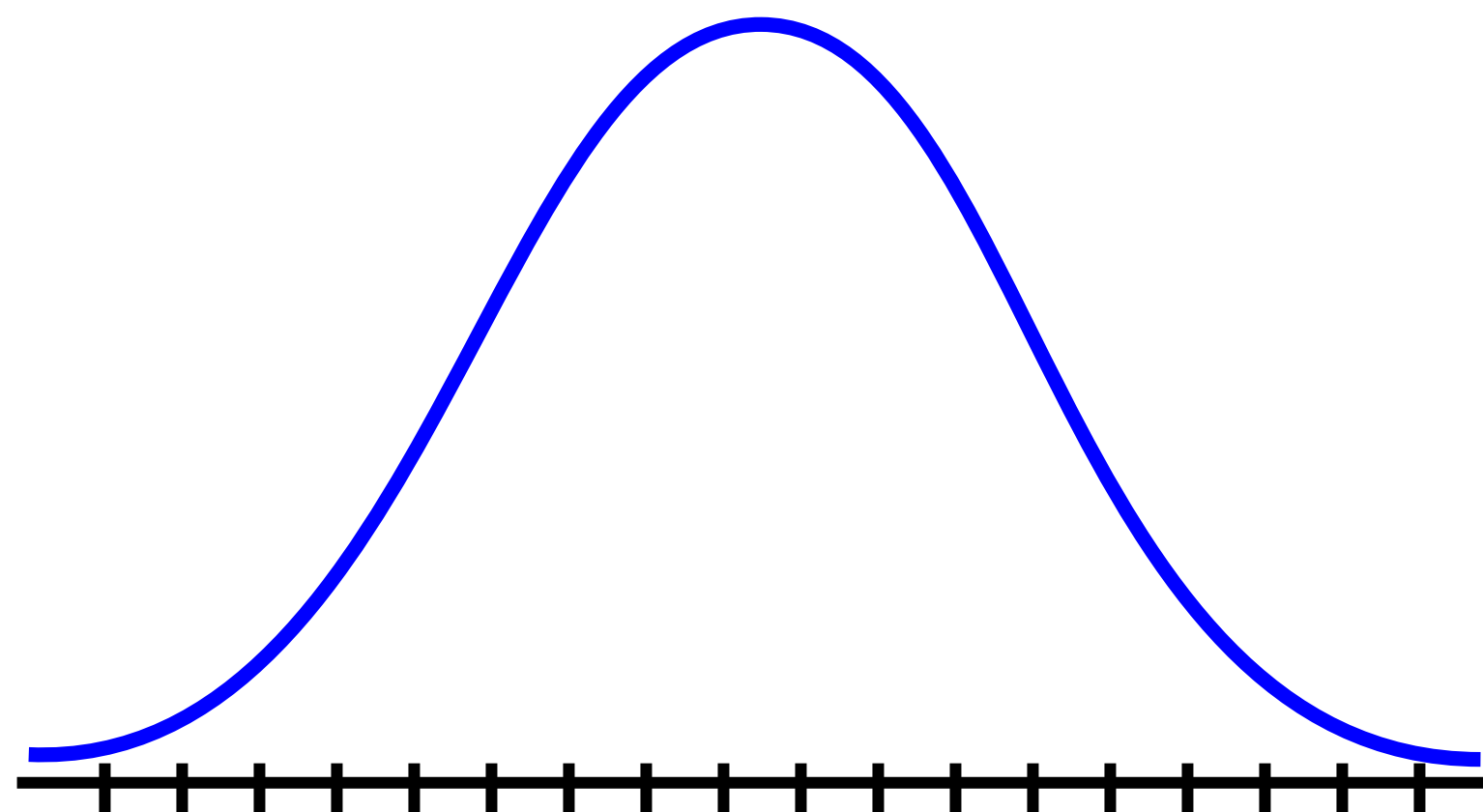
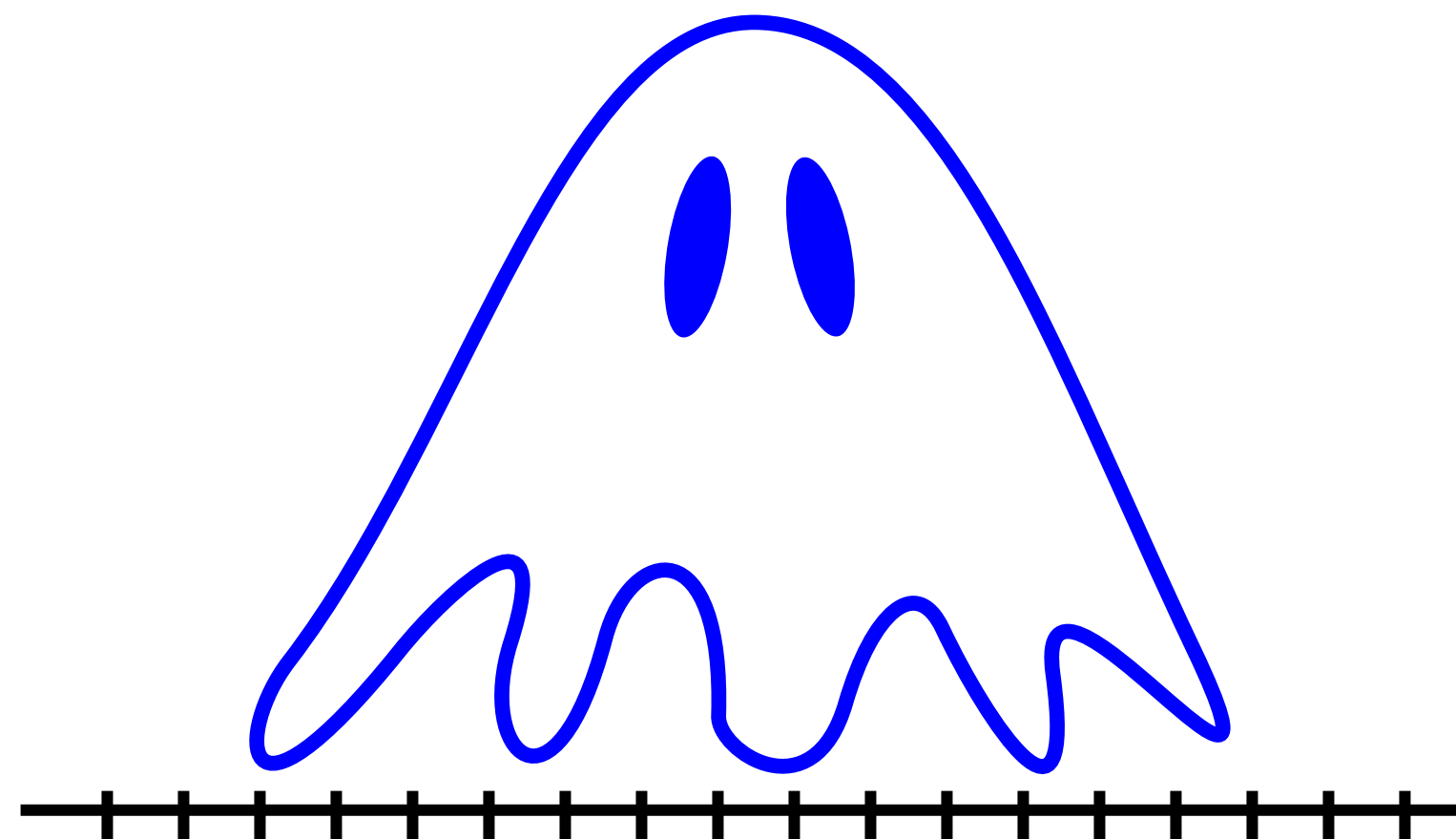




Významné statistické distribuce a metoda maximální věrohodnosti



normální rozdění



paranormální rozdění

Binomické rozdělení $p(x, N) = C_N^x \mathcal{P}^x (1 - \mathcal{P})^{N-x}$

Událost nastane s pravděpodobností $\mathcal{P}$.

Jaká je pravděpodobnost, že nastane x událostí při N pokusech?

$$C_N^x = \binom{N}{x} = \frac{N!}{x!(N-x)!}$$



0× rovnice, 3× Albert (1 kombinace)

$$p(0, 3) = C_3^0 0,5^0 (1 - 0,5)^{3-0} = 1 \times 1 \times 0,125 = 1/8$$

1× rovnice, 2× Albert (3 kombinace)

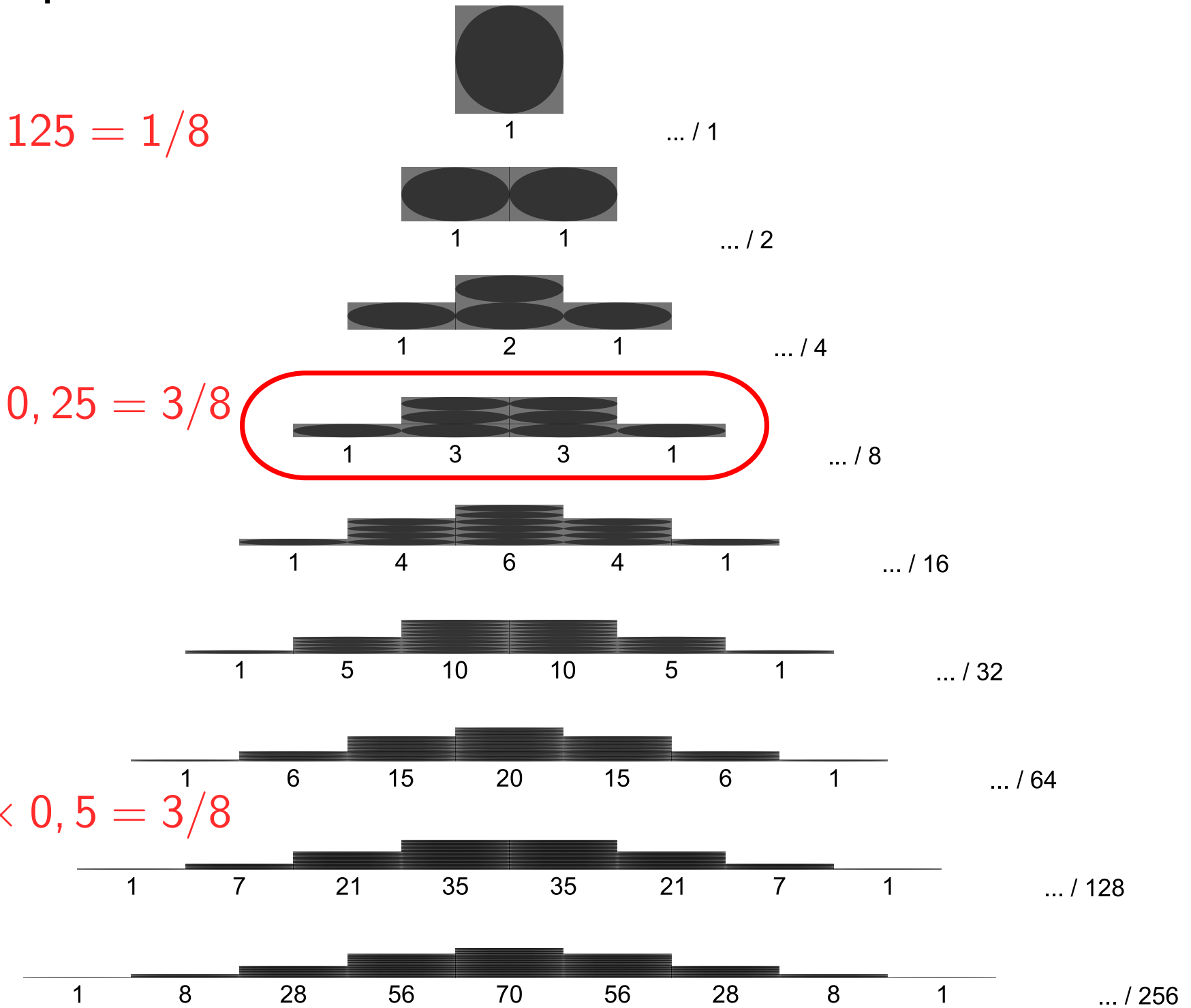
$$p(1, 3) = C_3^1 0,5^1 (1 - 0,5)^{3-1} = 3 \times 0,5 \times 0,25 = 3/8$$

2× rovnice, 1× Albert (3 kombinace)

$$p(2, 3) = C_3^2 0,5^2 (1 - 0,5)^{3-2} = 3 \times 0,25 \times 0,5 = 3/8$$

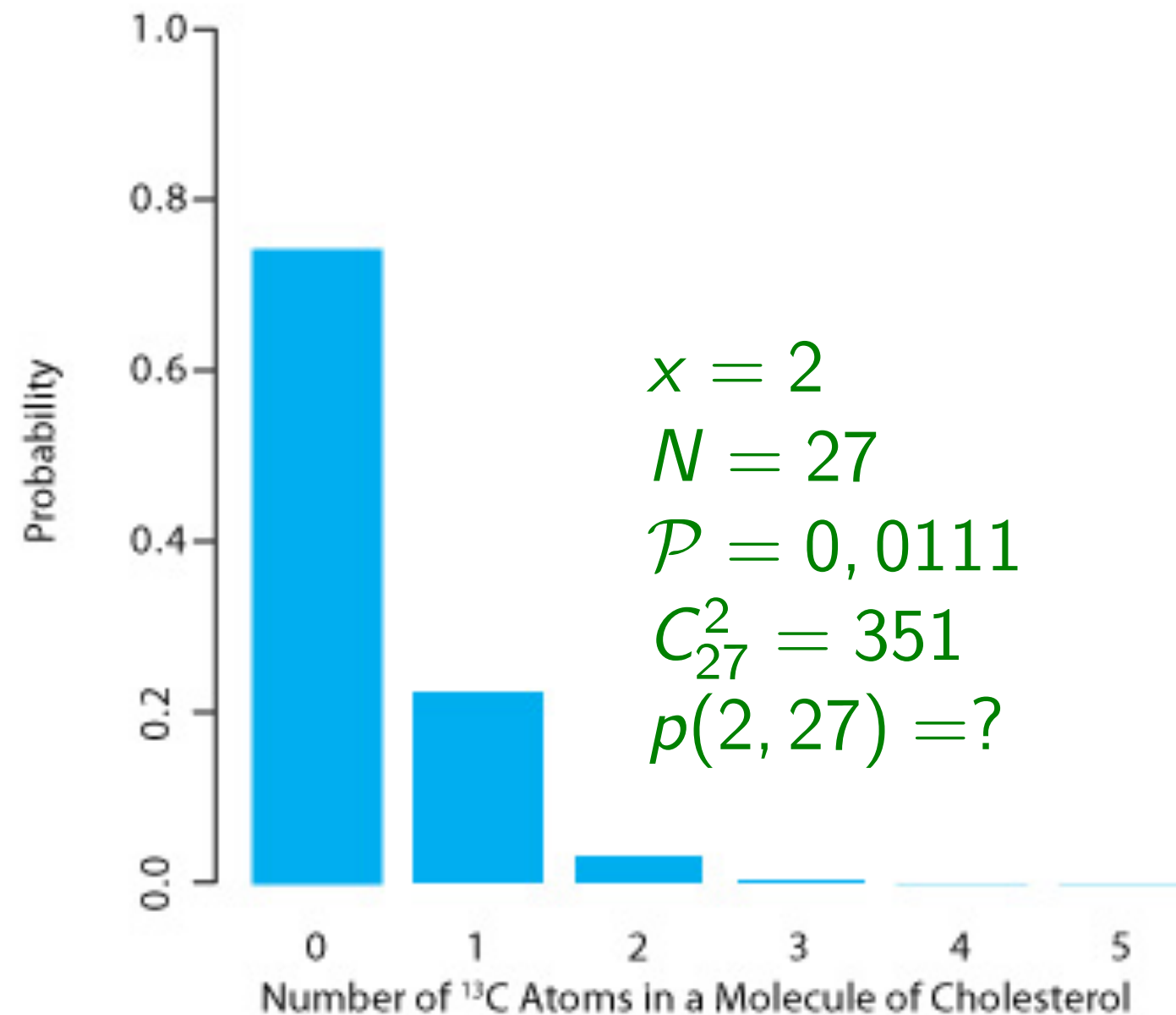
3× rovnice, 0× Albert (1 kombinace)

$$p(3, 3) = C_3^3 0,5^3 (1 - 0,5)^{3-3} = 1 \times 0,125 \times 1 = 1/8$$



Binomické rozdělení $p(x, N) = C_N^x \mathcal{P}^x (1 - \mathcal{P})^{N-x}$

Cholesterol has a chemical formula of $C_{27}H_{44}O$. To determine the probability of finding two atoms of ^{13}C in a single molecule of cholesterol, $P(2,27)$, we take X as 2, N as 27, and p as 0.0111, obtaining a probability of ? The figure below shows the binomial distribution through five atoms of ^{13}C .



Poissonovo rozdělení

$$p(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}, \quad \mu = \mathcal{P}N$$

Binomické rozdělení $p(x, N)$

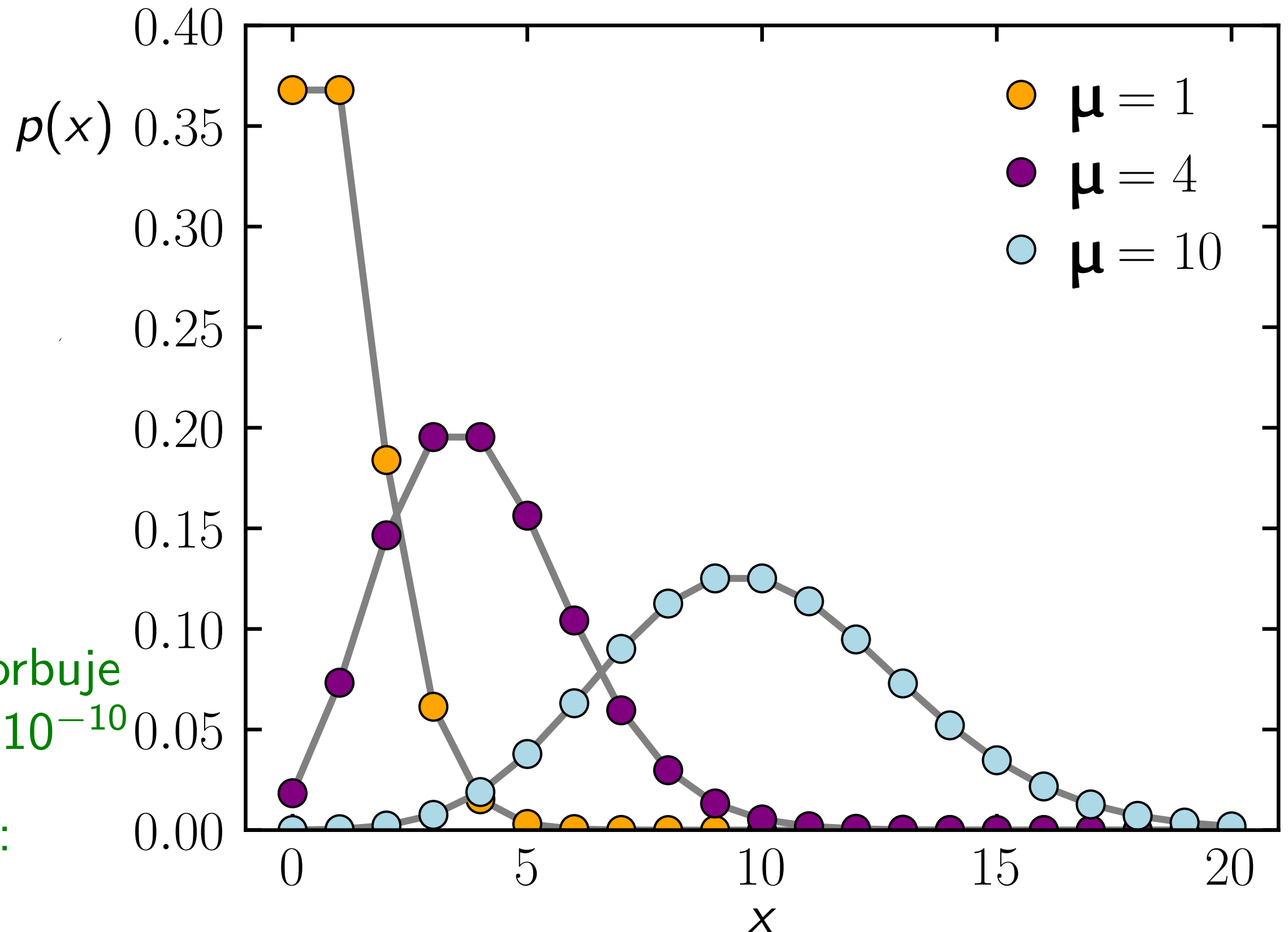
$N \rightarrow \infty$
 $\mathcal{P}N = \text{konst.}$

Poissonovo rozdělení $p(x)_\mu$
(střední hodnota μ
směrodatná odchylka $\sqrt{\mu}$)

pixel CCD chipu obsahuje
 $N = 5 \times 10^9$ atomů

pravděpodobnost, že 1 atom absorbuje
(zaznamená) 1 foton je $\mathcal{P} = 1 \times 10^{-10}$

Jaká je pravděpodobnost detekce:
0, 1 a 2 fotonů celým chipem?



Gaussovo (normální) rozdělení

Poissonovo rozdělení $p(x)_\mu$



$\mu \gg 1$ ($\mu > 1000$)

Normální rozdělení
(střední hodnota μ
směrodatná odchylka $\sigma = \sqrt{\mu}$)

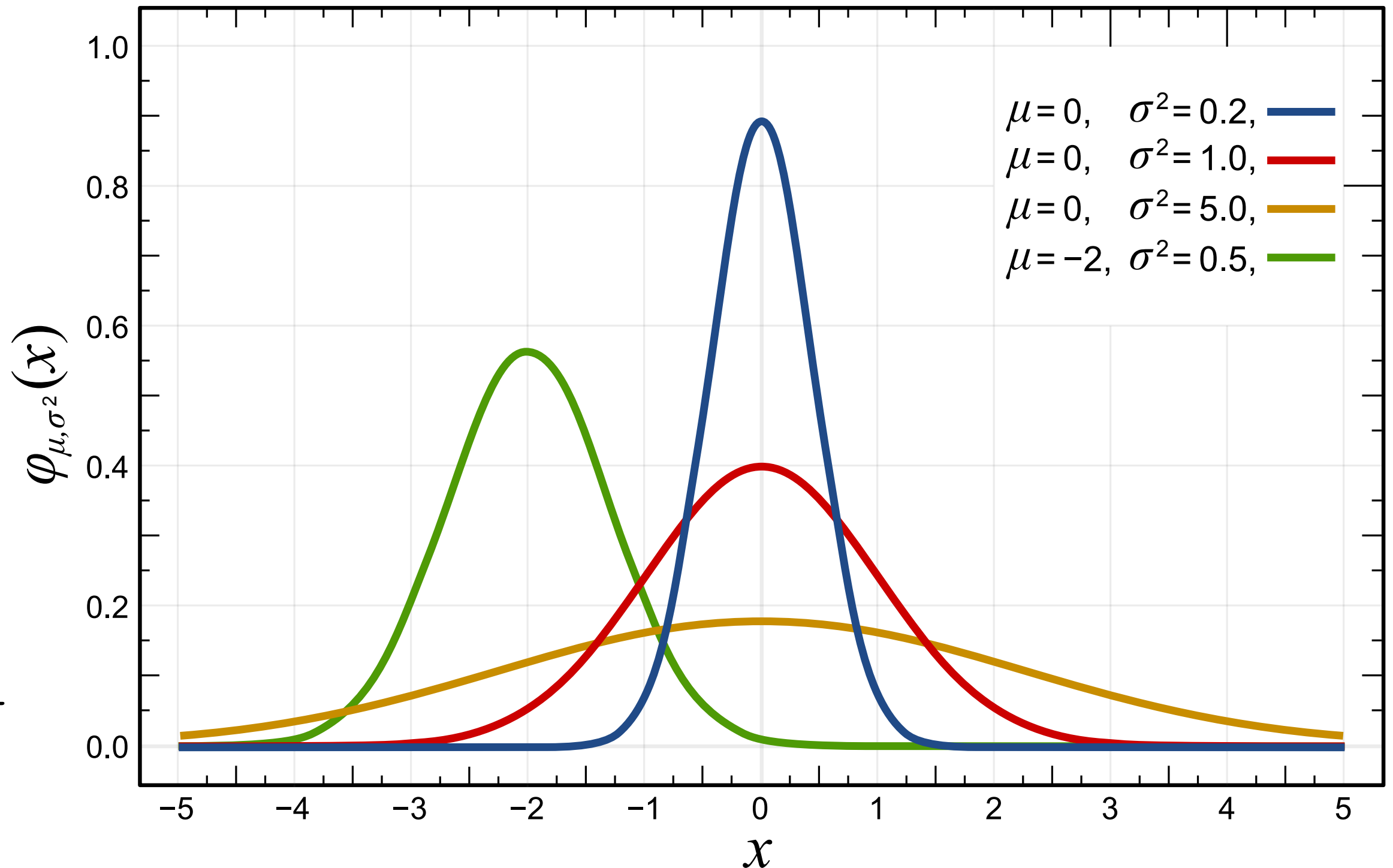
Spojitě veličiny:

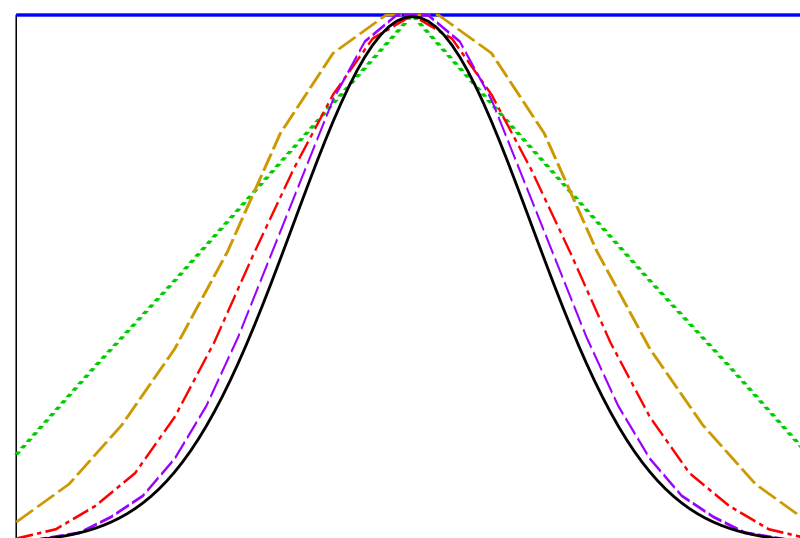
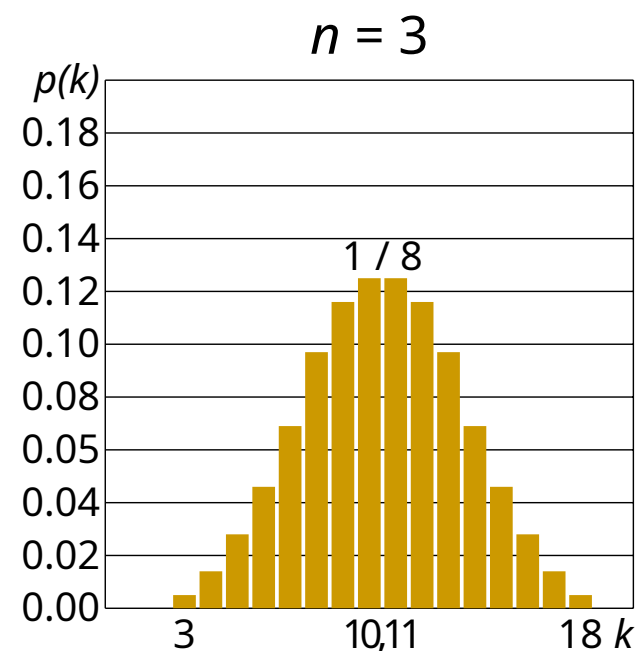
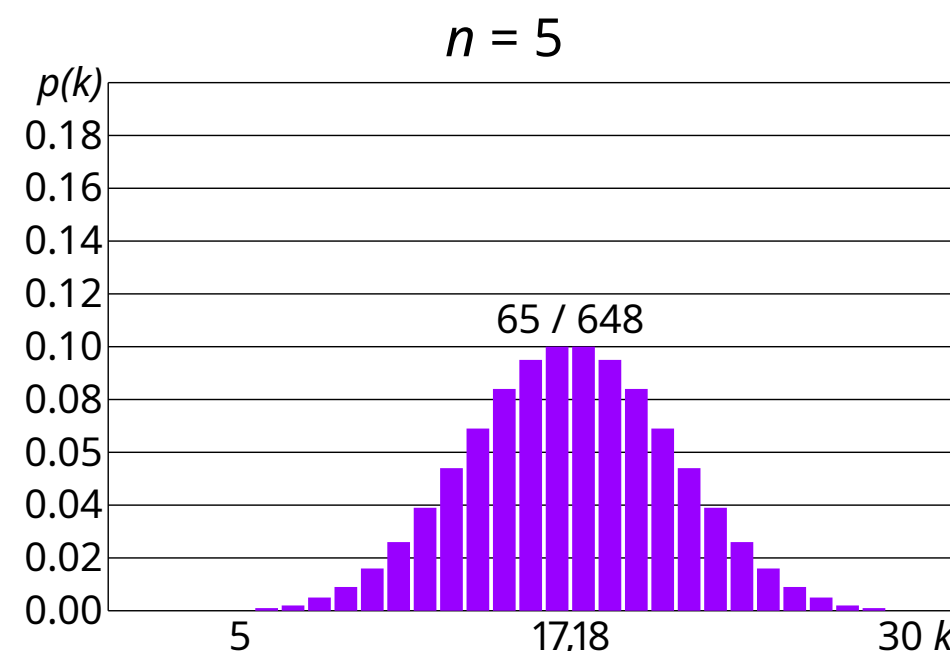
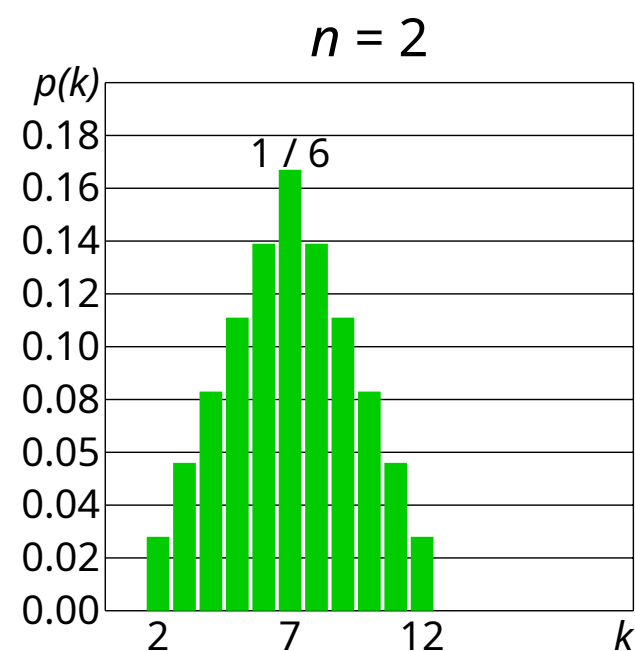
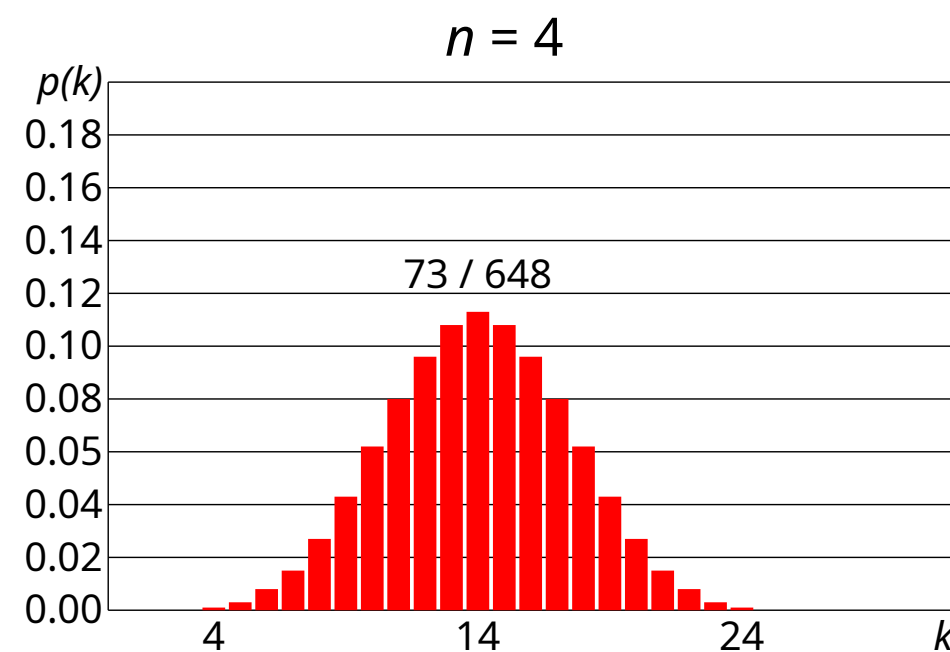
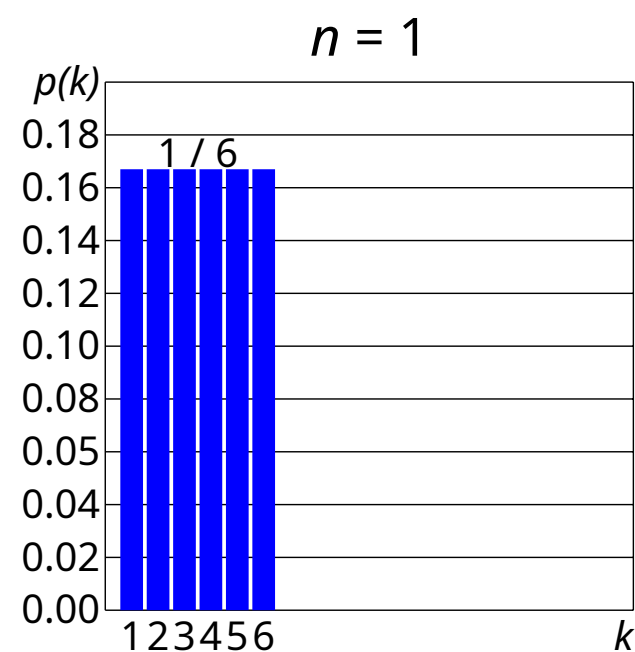
$p(x)_{\mu,\sigma}$



dva nezávislé parametry: μ, σ

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$





Centrální limitní věta:

Střední hodnoty měřené veličiny ve velkých vzorcích mají normální rozdělení bez ohledu na rozdělení měřené veličiny samotné (rozdělení jednoho měření).



Exponenciální rozdělení

Rozdělení doby mezi dvěma náhodnými událostmi, které nastávají s konstantní pravděpodobností.

$$p(x) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}}$$

Například: doba mezi dvěma telefonáty

Ukažte, že počet atomů radionuklidu, které se zatím nerozpadnuly má exponenciální rozdělení.

(1) v čase $t = 0$ se rozpadl referenční atom A_0

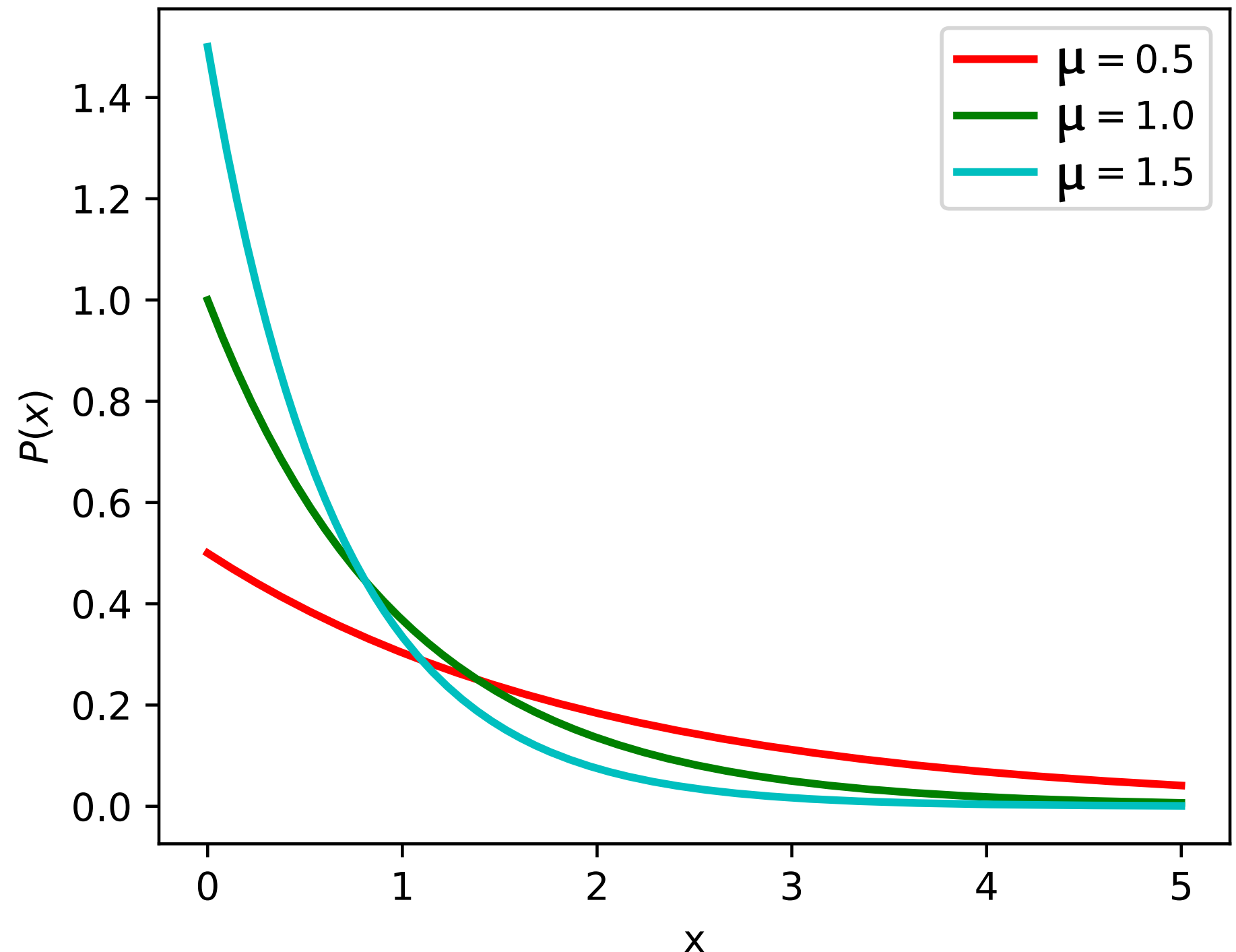
(2) vybraný další atom A_1 se rozpadne v čase τ s $p(\tau) = \text{exponenciální}$

(3) jaká je pravděpodobnost, že se A_1 rozpadne kdykoliv mezi časy 0 a t

(4) jaká je pravděpodobnost p_N , že se A_1 **nerozpadne** mezi 0 a t

(5) počet atomů z počátečního počtu N_0 , které se nerozpadnou do času t

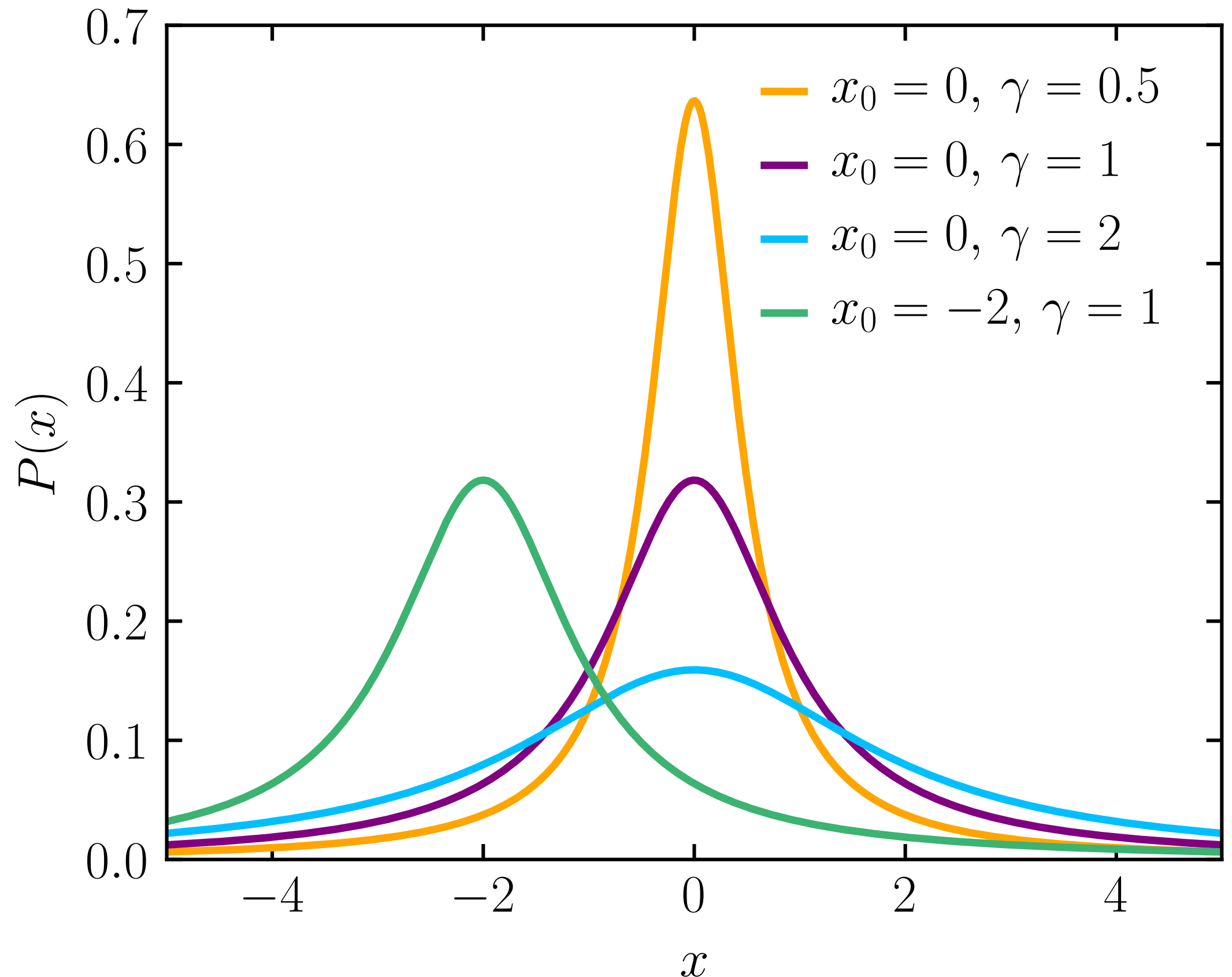
https://en.wikipedia.org/wiki/Exponential_distribution#/media/File:Exponential_distribution_pdf_-_public_domain.svg



Cauchyho-Lorentzovo rozdělení

$$p(x) = \frac{1}{\pi\gamma \left[1 + \left(\frac{x-\mu}{\gamma}\right)^2\right]}$$

Typické pro rezonanční křivky
(amplituda kyvu jako
funkce frekvence buzení a ztrát)



Princip maximální věrohodnosti

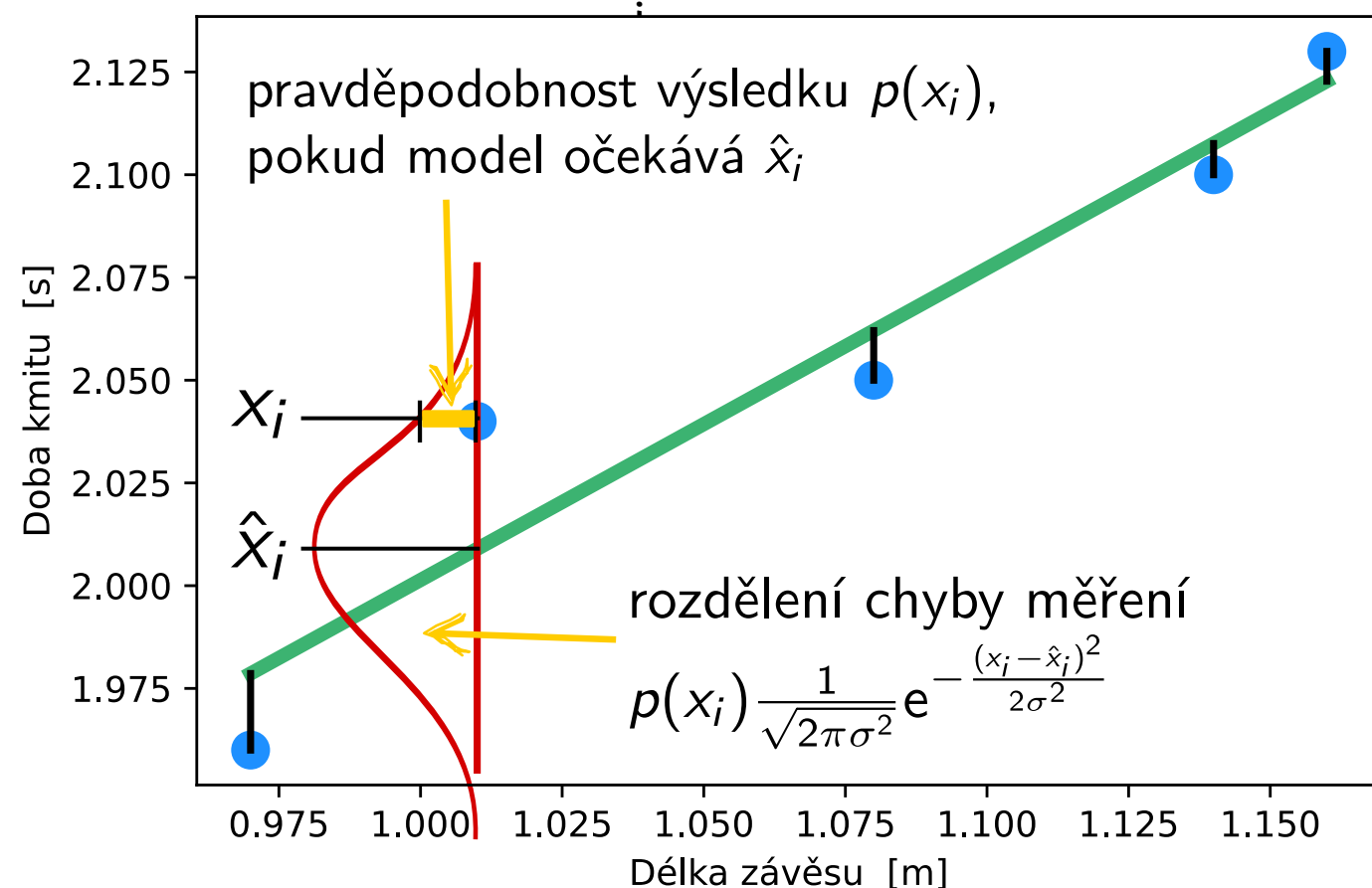
- (1) pozoruji výsledky měření $x_1, x_2 \dots x_n$
- (2) očekávám dané rozdělení s neznámými parametry $p_{\text{param}}(x)$ [například $p_{\mu, \sigma}(x_i)$]

Jak najdu parametry rozdělení?

Maximalizuji věrohodnost mých výsledků:
pravděpodobnost, že distribuce vysvětlí mé výsledky

$$\mathcal{L} = \prod_i p_{\text{param}}(x_i)$$
$$\max_{\text{param}} \mathcal{L}$$

Maximální věrohodnosti při hledání parametrů modelu:



$$\max \mathcal{L} \Leftrightarrow \max \ln \mathcal{L}$$

- (1) Jaká je pravděpodobnost výsledku x_i , pokud model předpovídá $\hat{x}_i$?
- (2) Jaká je celková věrohodnost $\mathcal{L}$?
- (3) Vyjádřete $\ln \mathcal{L}$ a maximalizujte.



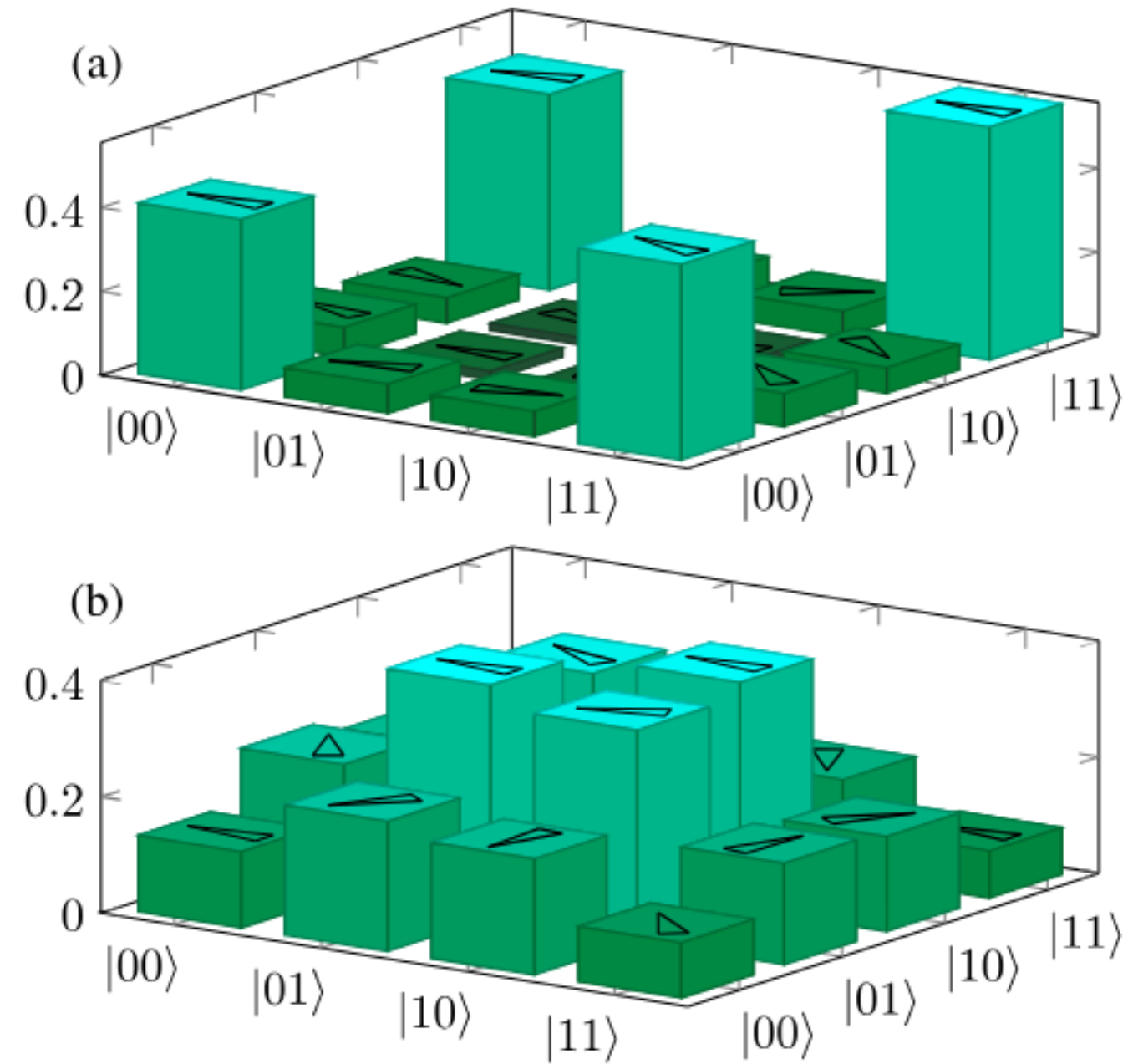


FIG. 3 (color online). Estimated process matrices for $\varphi = (3\pi/4)$, $\theta = (\pi/2)$ and $\alpha = 0$ (a) with control qubit $|0\rangle$ and (b) with control qubit $|1\rangle$. Moduli of matrix elements are visualized by bar heights and their phase by arrow directions. The experimentally acquired density matrices are compared to their theoretical counterparts in the Supplemental Material [32].

Princip maximální
věrohodnosti má
široké využití
v moderní fyzice.

