# Poznámky k přednášce

Detektory ionizijícího záření a ve fyzice částic (SLO/DIZX)

Jiří Kvita, Radek Přívara SLO, PřF UP 29. dubna 2024



# Obsah

| 1        | Úvo                   | d  | 4              |  |  |  |
|----------|-----------------------|--|----------------|--|--|--|
| <b>2</b> | Průchod částic látkou |  |                |  |  |  |
|          | 2.1                   | Ionizační ztráty                             | 4              |  |  |  |
|          | 2.2                   | Betheho–Blochova formule                     | 4              |  |  |  |
|          |                       | 2.2.1 Poznámky k odvození                    | 5              |  |  |  |
|          | 2.3                   | Delta elektrony                              | $\overline{7}$ |  |  |  |
|          | 2.4                   | Fluktuace ionizačních ztrát                  | $\overline{7}$ |  |  |  |
|          | 2.5                   | Minimálně ionizující částice (MIP)           | 9              |  |  |  |
|          | 2.6                   | Dolet částice                                | 9              |  |  |  |
|          | -                     | 2.6.1 Dolet částic alfa                      | 9              |  |  |  |
|          |                       | 2.6.2 Dolet částic integrací B.–B. formule   | 9              |  |  |  |
|          | 2.7                   | Protony na svazku T9 v CEBN                  | 10             |  |  |  |
|          | $\frac{-11}{2.8}$     | Příklady                                     | 10             |  |  |  |
|          | $\frac{-10}{2.9}$     | Brzdné záření                                | 14             |  |  |  |
|          | $\frac{0}{2.10}$      | Mnohonásobný rozptyl                         | 15             |  |  |  |
|          | 2 11                  | Ionizační ztráty elektronů                   | 15             |  |  |  |
|          | 2.11<br>2.12          | Ionizační ztráty pozitronů                   | 15             |  |  |  |
|          | 2.12<br>2.13          | Čerenkovo záření                             | 15             |  |  |  |
|          | 2.10                  | 2 13 1 Aerogely jako Čerenkovské radjátory   | 16             |  |  |  |
|          | 2 14                  | Scintilace                                   | 16             |  |  |  |
|          | 2.14<br>2.15          | Askarvanovo záření                           | 16             |  |  |  |
|          | 2.10<br>2.16          | Příklady                                     | 10             |  |  |  |
|          | 2.10<br>2.17          | Fluorescenční záření                         | 20             |  |  |  |
|          | 2.17                  |  | 20             |  |  |  |
|          | 2.10<br>2.10          | Fnorgetické ztréty fotonů                    | 20             |  |  |  |
|          | 2.19                  | Hadronové interalve                          | ∠ວ<br>໑໑       |  |  |  |
|          | 2.20                  | Mieny elektrony symphotronní záření          | 20<br>92       |  |  |  |
|          | 2.21                  | Detektony, synchrotronini zarem              | 20<br>02       |  |  |  |
|          | 2.22                  |  | 23             |  |  |  |
| 3        | Kale                  | primetrie                                    | <b>25</b>      |  |  |  |
|          | 3.1                   | Elektromagnetické kalorimetry                | 26             |  |  |  |
|          |                       | 3.1.1 Mnohonásobný rozptyl, Molièrův poloměr | 26             |  |  |  |
|          |                       | 3.1.2 Longitudinální profil spršky           | 26             |  |  |  |
|          |                       | 3.1.3 Homogenní kalorimetry                  | 27             |  |  |  |
|          | 3.2                   | Samplovací kalorimetry                       | 27             |  |  |  |
|          | 3.3                   | Hadronové kalorimetry                        | 28             |  |  |  |
|          | 3.4                   | Energetické rozlišení                        | 30             |  |  |  |
|          | 3.5                   | Kompenzace hadronových kalorimetrů           | 33             |  |  |  |
|          | 3.6                   | Kalibrace kalorimetrů                        | 34             |  |  |  |
|          | 3.7                   | Particle Flow                                | 34             |  |  |  |
|          |                       |  |                |  |  |  |
| 4        | Drá                   | hové detektory                               | 34             |  |  |  |
|          | 4.1                   | Principy, geometrie                          | 34             |  |  |  |
|          | 4.2                   | Vláknové scintilační dráhové detektory       | 34             |  |  |  |
|          | 4.3                   | Drátové komory                               | 34             |  |  |  |
|          | 4.4                   | Mnohodrátové proporcionální komory           | 34             |  |  |  |
|          | 4.5                   | Driftové komory                              | 34             |  |  |  |
|          | 4.6                   | Time projection chamber (TPC)                | 34             |  |  |  |

|              | 4.7  | RPC, Geiger reloaded  | 35        |
|--------------|------|---|-----------|
|              | 4.8  | Polovodičové detektory  | 36        |
|              |      | 4.8.1 Výhody  | 36        |
|              |      | 4.8.2 Stripové detektory  | 37        |
|              |      | 4.8.3 Pixelové detektory  | 38        |
|              |      | 4.8.4 Příklady  | 38        |
|              | 4.9  | Micro patter gas detectors, micro/mesh gaseous detectors  | 39        |
|              | 4.10 | Rozlišení   | 40        |
| 5            | Čás  | ticová kamera MX-10   | 41        |
| 6            | Vyb  | oraná témata  | 47        |
|              | 6.1  | Experimenty na urychlovači LEP  | 47        |
|              | 6.2  | Přírodní kalorimetry  | 48        |
|              |      | 6.2.1 Atmosféra   | 49        |
|              |      | 6.2.2 Voda  | 49        |
|              |      | 6.2.3 Led   | 49        |
|              | 6.3  | Kosmické záření a miony   | 50        |
|              |      | 6.3.1 PAO Observatory   | 50        |
|              |      | 6.3.2 $\gamma$ astronomie   | 50        |
|              | 6.4  | Detekce neutrin   | 51        |
|              |      | 6.4.1 Radiochemická metoda  | 51        |
|              |      | 6.4.2 Vodní čerenkovovské detektory   | 51        |
|              |      | 6.4.3 Interakce neutrin a pozadí  | 51        |
|              | 6.5  | Detekce neutrin z reaktorů  | 52        |
|              | 6.6  | Detekce neutrin na svazcích z urychlovačů   | 52        |
|              | 6.7  | Detekce neutrin na LHC  | 53        |
|              | 6.8  | Hledání a přímá detekce temné hmoty   | 53        |
|              | 6.9  | Detektory gravitačních vln  | 53        |
|              | 6.10 | Částicové detektory v Kosmu   | 53        |
| 7            | Ider | ntifikace částic  | <b>54</b> |
|              | 7.1  | Experimenty ATLAS a CMS   | 54        |
| $\mathbf{A}$ | Dod  | latky   | 59        |
|              | A.1  | Jednotky  | 59        |
|              | A.2  | Lorentzova transformace, invariantní hmotnost $\ \ldots \ \ldots$ | 59        |
|              | A.3  | Relativistická kinematika   | 60        |
|              | A.4  | Účinný průřez   | 61        |
| в            | Hm   | otnosti některých částic a izotopů  | 62        |

# 1 Úvod

Úkolem detektorů ve fyzice částic je detekovat průchod částic, měřit jejich vlastnosti jako je energie, hybnost, náboj, hmotnost, specifikovat jejich dráhy, případně určit druh částic a rozlišit je. V současných komplexních experimentech na urychlovačích částic jde o soustavu specializovaných detektorů různých technologií, zaměřených na detekci či měření různých charakteristik částic. Technologie detekce částic se vyvíjely společně se samotnou částicovou fyzikou, nové detektory umožnily nové objevy, které zase stimulovaly vývoj pokročilejších a přesnějších technik. Od jednoduchých plynových detektorů k mnohadrátovým komorám, scintilátorům či moderním křemíkovým detektorům vedla cesta téměř sta let, ale mnohé původní detekční techniky se pro svou jednoduchost a spolehlivost používají dodnes.

Fyzikální konstanty a přehled procesů důležitých pro tento text jsou shrnuty v publikaci Particle Data Group, která každé dva roky vydává "příručku"vlastností známých a složených částic a přehled jejich iterakcí [1].

Důležitým materiálem jsou WWW zdroje [2] [3].

# 2 Průchod částic látkou

### 2.1 Ionizační ztráty

Maximální možná energie předaná částici o hmotě M, rychlosti  $\beta$  a s příslušným relativistickým faktorem  $\gamma$  elektronům hmotnosti  $m_e$  v médiu je dána vztahem

$$T_{\max} = \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2}$$

Pro velmi těžké nepříliš relativistické částice procházející hmotou pak

$$T_{\rm max} \approx 2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2$$
.

### Příklad:

Spočtěte rychlost alfa částic, je-li jejich kinetická energie v alfa rozpadech přibližně 5.5 MeV. Vyjádřete si jako frakci rychlosti světla i v km/s.

### 2.2 Betheho–Blochova formule

Pro střední ionizační ztráty těžké částice o náboji z interakcí s atomovými elektrony při průchodu látkou o protonovém a nukleonovém čísle Z a A odvodil N. Bohr vztah

$$-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle_{\mathrm{ioniz.}} \approx K \frac{z^2 Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \ln \frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}$$

kde I je střední ionizační potenciál prostředí a

$$K \equiv \frac{N_A}{m_e} 4\pi (\alpha \hbar)^2 \equiv 4\pi r_e^2 N_A m_e c^2 \doteq 0.307 \,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{g}^{-1} \cdot \mathrm{cm}^2$$

a  $r_e \equiv \frac{\alpha \hbar c}{m_e c^2} \approx 2.81 \,\text{fm}$  je klasický poloměr elektronu. Všimněme si, že  $K \propto \alpha^2$ . Vztah dále H. Bethe korigoval o kvantověmechanické efekty na výraz

$$-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle_{\mathrm{ioniz.}} \approx K \frac{z^2 Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right]$$

příp. se také často používá [4]

$$-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle_{\mathrm{ioniz.}} \approx K \frac{z^2 Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\mathrm{max}}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} - \frac{U}{2} \right]$$

kde člen  $\delta$  představuje korekci na efekt hustoty a polarizace média v relativistickém režimu (elektrické pole polarizovaného prostředí působí proti poli částice a snižuje tak její schopnost ionizovat) a člen U korekci na elektrony v nejvnitřnějších slupkách obalu atomu (K, L, ...), které se neúčastní ionizace pro velmi nízké energie nalétávající částice (tzv. shell correction). V relativistickém režimu platí  $\delta(\beta\gamma)/2 = \ln(\hbar\omega_p/I) + \ln\beta\gamma - 1/2$ , kde  $\omega_p$  je plazmová frekvence rovna  $\omega_p = \sqrt{n_e e^2/m_e \epsilon_0}$ . V ultrarelativistickém režimu je tak ionizační potenciál I efektivně nahrazen  $\hbar\omega_p$ .

Betheho–Blochova formule popisuje střední ionizační ztráty těžké částice v prostředí s přesností několika procent a je v praxi hojně využíván. Jeho platnost je přibližně v rozmezí  $0.1 < \beta \gamma < 100$ . Střední ionizační potenciál je nejobtížnějsí ingrediencí vzorce, z experimentálních dat byly odvozeny např. hodnoty viz [5], popř. platí přibližný empirický vzorec

$$I \approx 16 Z^{0.9} \,\mathrm{eV}$$

V mírně relativistickém režimu jsou tedy ionizační ztráty víceméně úměrné ln  $\beta^2 \gamma^2$ . V ultrarelativistickém však režimu už nelze zanedbat faktor  $\gamma$  ve jmenovateli  $T_{\text{max}}$ , což snižuje růst inizačních ztrát jen jako na funkci ln  $\gamma$ .

#### 2.2.1 Poznámky k odvození

Uvažujme těžkou nalétávající částici přibližující se ze směru  $x = -\infty$  k volnému elektronu lokalizovaném v místě y = b, x = 0. Práce vykonaná podélnými silami se přibližně vyruší, a budeme uvažovat, že lokalizace elektronu se také téměř nezmění. Hybnost předaná elektronu těžkou částicí Coulombickými silami v příčném směru

$$F_{\perp} = z \, \frac{\alpha \hbar c}{x^2 + b^2} \, \cos \theta$$

jako funkce záměrného parametru b je po integraci přes $x\in(-\infty,\infty)$ a s využitím $\cos\theta=b/\sqrt{x^2+b^2}$ dána výsledkem

$$\Delta p_{\perp}(b) = \alpha \hbar c \, z \, \frac{b}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{\alpha \hbar c \, z \, b}{b^2 v} \left[ \frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} = 2\alpha \hbar c \, \frac{z}{bv} \, .$$

Odpovídající energie předaná elektronu a tedy ztráta energie nalétávající částice je pak (opět nerelativisticky) dána výrazem

$$\Delta E(b) = -\frac{(\Delta p_{\perp}(b))^2}{2m_e} = \frac{z^2 \alpha^2 \hbar^2}{2m_e} \frac{1}{\beta^2 b^2}.$$

Zbývá vyintegrovat přes dovolený interval záměrného parametru a dodat počet elektronů v tenké slupce objemu  $2\pi b \, db \, dx$ . S definicí objemové hustoty elektronů v jednotkách gram a centimetr za použití přibližné molární hmotnosti prvku materiálu  $A \, [\text{g/mol}]$  je  $n_e = \rho N_A \, \frac{Z}{A}$ .

Meze záměrného parametru lze určit z následujících úvah: Maximální vzdálenost je dána takovým  $b_{\text{max}}$ , kdy Coulombický potenciál ionizující částice ještě právě stačí na ionizaci elektronu z obalu atomu, tj.

$$\gamma \frac{z \alpha \hbar c}{b_{\max}} = I \Rightarrow b_{\max} = \gamma \frac{z \alpha \hbar c}{I} \,,$$

kde jsme ještě dodali relativistický gamma faktor nalétávající částice, který vystupuje v relativisticky transformovaném elektrickém poli v příčném směru.

Minimální impaktní parametr můžeme formálně zadefinovat tak, že mu odpovídá maximální možná předaná kinetická energie v "čelní"srážce. To je dáno výše uvedeným výrazem pro  $T_{\rm max}$ , kterému můžeme přiřadit formálně předanou hybnost  $\Delta p_{\perp}^{\rm max}(b_{\rm min})$  a jejich vztah

$$T_{\rm max} = \frac{(\Delta p_{\perp}^{\rm max})^2}{2m_e} \Rightarrow \Delta p_{\perp}^{\rm max} = \sqrt{2m_e T_{\rm max}}$$

Dle

$$\Delta p_{\perp}^{\max} \equiv \Delta p_{\perp}(b_{\min}) = 2\alpha \hbar c \, \frac{z}{b_{\min} v} \, .$$

pak konečně pro $T_{\rm max}\approx 2\gamma^2\beta^2 m_ec^2$ dostáváme

$$b_{\min} = \frac{z\alpha\hbar c}{m_e c^2 \beta^2 \gamma}$$

Tyto meze využijeme pro výpočet

$$\int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{\mathrm{d}b}{b} = [\ln b]_{b_{\min}}^{b_{\max}} = \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \ln \frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \,.$$

což využijeme pro integraci vztahu

$$-dE(b) = \frac{1}{2m_e} (2\alpha\hbar c)^2 z^2 \frac{1}{b^2 v^2} 2\pi b \, db \, \frac{Z}{A} \, N_A \rho \, dx \,,$$

který vede na kýžený výsledek pro -dE/dx.



Obrázek 1: Přehled ionizačních a dalších způsobů ztrát energie kladně nabitého mionu v mědi jako funkce  $\beta\gamma$ . Převzato z [4]. Vykreslena je veličina  $1/\rho \langle dE/dx \rangle$ .

### 2.3 Delta elektrony

Delta elektrony ( $\delta$ -elektrony) jsou vyražené elektrony v rámci inizace, které mají tak velkou kinetickou energii, že samy dále ionizují prostředí. V praxi se může jednat o problém, kdy také elektrony mohou opustit aktivní část detektoru, a část ionizační energie předávané primární procházející částici do prostředí tak nedetekujeme. Pravděpodobnost procesu rychle klesá s kinetickou energií elektronu T, ale přesto je jev významný a vede vyšším ionizačním ztrátám a velkým fluktuacím ionizačních ztrát událost od události. Počet  $\delta$ -elektronů (jejich statistické rozdělení) produkovaných podél dráhy částice jako funkce jejich kinetické energie  $T \in (I, T_{max})$  je dán výrazem

$$\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}T\mathrm{d}x} = \frac{1}{2}Kz^2\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{T^2}\left(1-\beta^2\frac{T}{T_{\mathrm{max}}}\right)$$

### 2.4 Fluktuace ionizačních ztrát

Nejpravděpodobnější ionizační ztráty  $\Delta x \, [\frac{dE}{dx}]_{\rm nejpravd.} \equiv \Delta_p$ v terčíku tloušťky  $\Delta x$ jsou dány peakem v Landau<br/>ově rozdělení ztrát $\frac{dE}{dx}$ , jehož poloha je přibližně

$$\Delta_p = \xi \left[ \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} + \ln \frac{\xi}{I} + j - \beta^2 - \delta(\beta \gamma) \right] \,,$$

kde  $\xi \equiv K/2\langle Z/A\rangle \,\rho\,\Delta x\,/\beta^2$  pro detektor tloušťky x <br/>aj=0.200.Zatímco $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$ nezávisí na tloušťce detektoru,<br/>  $\Delta_p$ se přibližně chová jako $a\ln\Delta x+b.$ Betheho–Blochova formule ted<br/>y popisuje střední (průměrné) ztráty, které jsou ovšem dány existencí řidších procesů, kdy ztráta energie může být velká. Ilustrace viz Obr. 2

Landauovo rozdělení je velmi asymetrické, s dlouhým "tailem" do vyšších energetických ztrát, a to zejména pro tenký terčík. To vede k tomu, že zatím co střední ionizační ztráty mohou být díky fluktuacím energetických ztrát a zejména kvůli produkci  $\delta$ -elektronů poměrně velké, tak nejpravděpodobnější ztráty a např. i měřené hodnoty ztrát pro málo pozorovaných událostí jsou mnohem menší (a odpovédají poloze peaku Landauova rozdělení, tj. nejpravděpodobnějším ztrátám).



Obrázek 2: Ilustrace asymetrie Landauova rozdělení ztráty energie v materiálu konečné tloušťky, nejpravděpodobnější ztráty  $\Delta_p$  (modrá svislá linka) a střední ztráty dle Betheho-Blochovy formule  $\Delta x |dE/dx|$  (černá svislá linka).



Obrázek 3: Střední ionizačních ztráty  $\langle dE/dx \rangle$  (červeně) a nejpravděpodobnější ztáty  $x \Delta_p \pmod{p}$  (modře) dle maxima Landauova rozdělení pro terčík tloušťky 55 µm pro průchod kladně nabitého mionu křemíkem postupně jako funkce  $\beta\gamma$ , kinetické energie T a  $\beta$ .

### 2.5 Minimálně ionizující částice (MIP)

Pro miony s hybrostním faktorem  $\beta \gamma = 3, 5, tj. \beta \doteq 0, 96, \gamma \doteq 3, 64$  dostáváme v mědi  $^{64}_{29}$ Cu o hustotě 8,9 g/cm<sup>3</sup> postupně  $T_{\text{max}} \doteq 12$  MeV, z tabulek pak  $I_{\text{Cu}} =$ 332 eV a konečně  $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{ioniz.}} \doteq 13 \text{ MeV/cm}$ , přičemž energie mionu je při dané  $\gamma$  rovna  $E_{\mu} = 385 \text{ MeV}$ . Mion tak ztrácí v centimetru mědi asi 3% energie a jeho faktor  $\beta\gamma$  se změní na 3,38. Mion tak dlouho setrvává v minimu ionizačních ztrát, hovoří se o tzv. minimálně ionizující částici (MIP, minimum-ionizing particle). Ze stejného důvodu je mion hloubkově silně pronikavou složkou (sekundárního) kosmického záření. Mionové události tak tvoří pozadí i v detektorech skrytých stovky metrů pod povrchem Země (ATLAS, CMS) pocházející v kosmickém zářeni. Před spuštěním urychlovače LHC byly tyto události prvním zdrojem znalostí o kalibraci, tzv. alignmentu aj. vlastnostech sestaveného dráhového (vnitřního) detektoru ATLAS. Tyto kosmické miony se rutinně používají v laboratoři jako sice nepříliš intenzivní, leč časově stabilní a neomezený, zdroj MIP částic pro kalibraci detektorových komponent. Pro odstínění od kosmického pozadí pro detektory neutrin či temné hmoty je nutné jít až do hloubek řádu kilometrů (kde je zase nutno bojovat s pozadím z alfa částic zejména z radonu a jeho rozpadových produktů). Pronikavost mionů, ale současně také jejich mírná absorpce, jsou základem tomografických technik zkoumání vnitřní struktury sopek [6] či pyramid [7].

#### 2.6 Dolet částice

#### 2.6.1 Dolet částic alfa

Při malých rychlostech již Betheho–Blochova formule neplatí a ionizační ztráty klesají. Pro těžkou nabitou částici je tak charakteristické postupné zvyšování energie předávané médiu s postupným zastavováním částice s tím, že největší ionizační ztráty a tedy i transfer energie do prostředí nastávají ke konci dráhy částice, tj. blízko maximálního doletu. Tento efekt, zvaný Braggův peak (Obr. 7), je využíván v hadronové terapii, kdy naladěním energie svazku hadronů (protonů anebo jiných těžších iontů) lze definovat hloubku, v které částice svazku zanechají většinu své energie.

Empiricky je dolet alfa částic ve vzduchu v závislosti na jejich kinetické energii dán přibližným vztahem

$$R(T) \approx \xi T^{3/2}$$
,  $\xi \approx 0.31 \,\mathrm{cm \, MeV^{-3/2}}$ .

#### 2.6.2 Dolet částic integrací B.–B. formule

Pro malé rychlosti je možné B.-B. formuli aproximovat vztahem

$$-\langle \mathrm{d}E/\mathrm{d}x\rangle \approx C\frac{1}{\beta^2}$$

a pro dolet částice s počáteční energií  $E_0$  pak můžeme psát

$$R = \int_{0}^{R} \mathrm{d}x = \int_{E_0}^{m} \frac{\mathrm{d}E}{\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}} = -\frac{1}{C} \int_{E_0}^{m} \beta^2(E) \mathrm{d}E$$

Pro meze itegrálu si uvědomme, že energie částice klesá z energie  $E_0$  na energii klidovou (m), rychlost klesá z  $\beta_0 = p_0/E_0$  na 0 a gama faktor klesá z  $\gamma_0 = E_0/m$  na 1. Zintegrujte tuto rovnici přes  $\beta$  diferenciací vztahu  $E = m/\sqrt{1-\beta^2}$ , ale také druhým způsobem, a to vyjádřením  $\beta = \beta(\gamma)$  a d $E = md\gamma$ ,  $\gamma \in (1, \gamma_0)$ . V prvním způsobu aproximujte

 $1/\sqrt{1-\beta^2}\approx 1$ již v integrandu, u druhého (jako funkce $\gamma_0)$ výsledek upravte na čtverec, použijte $T=m(\gamma-1)$ a až nakonec proveď te nerelativistickou aproximaci $T\approx p^2/2m$ . Oběma způsoby byste měli dostat dolet

$$R \approx \frac{m}{4C} \left(\frac{p}{m}\right)^4 \, . \label{eq:R}$$

Tento dolet jen však přibližně faktorem 2 odlišný od experimentálních dat (viz Leitner-Davídek), a lepší popis doletu dává numerická integrace přibližných ztrát pro malé rychlosti ve tvaru

$$-\langle \mathrm{d}E/\mathrm{d}x\rangle \approx C\beta^{-5/3}$$
.

### 2.7 Protony na svazku T9 v CERN



Obrázek 4: Signál z trigrovacích scintilátorů, který je úměrny  $\langle dE/dx \rangle$  v beam monitoru pro experimetn WCTE, z test beam měření v roce 2023.

### 2.8 Příklady

### Příklad:

Vyjádřete Betheho–Blochovu formuli postupně jako funkci následujících proměnných:  $\beta$ ,  $\gamma$ , a  $\beta\gamma$ .

### Příklad:

Spočtěte  $\left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle_{\text{ioniz.}}$  pro alfa částice o kinetické energii  $T = 5 \,\mathrm{MeV}$  a pro protony o energii  $E_p = 20 \,\mathrm{GeV}$  v křemíku.

### Příklad:

Spočtěte  $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{ioniz.}}$  pro alfa částice o kinetické energii T = 5.5 MeV ve zlatě. Jak tenkou fólii byste na základě tohoto modelu volili pro Rutherfordův experiment?



Obrázek 5: Signál z trigrovacích scintilátorů, který je úměrny  $\langle dE/dx \rangle$  v beam monitoru pro experimetn WCTE, z test beam měření v roce 2023.



Obrázek 6: Signál z trigrovacích scintilátorů, který je úměrny  $\langle dE/dx \rangle$  v beam monitoru pro experimetn WCTE, z test beam měření v roce 2023.

### Příklad:

Spočítejte dolet alfa částic ve vzduchu pro alfa částice s kinetickou energií 5 a 8 MeV. **Příklad:** 

Podle vztahu pro dolet alfa částice ve vzduchu spočítejte její kinetickou energii poté, co urazila dráhu x, tj. spočtěte T(x) ze znalosti  $T(0) \equiv T_0$  a z toho, že musí platit  $R(x) = \xi T^a(x) = R(T_0) - x$ . Zderivováním vztahu pro T(x) spočtěte dE/dx a závislosti



Obrázek 7: Braggova křivka (energie ionizačních ztrát předaných do prostředí) získaná numericky integrací energetických ztrát podle Betheho-Blochovy formule pro proton o počáteční kinetické energii 20 MeV v křemíku. Ionizační ztráty dle Betheho–Blochovy formule byly pod rychlosti 0.05c lineárně extrapolovány do nuly.

si vykreslete.



Obrázek 8: Simulace doletu stovky alfa částic o kinetické energii 5 MeV ve vzduchu. Nahoře pohled na trajektorie částic v kvádru vzduchu, dole zvětšena koncová oblast doletu. Kredit: R. Přívara s využitím simulačního nástroje Geant4.

#### 2.9 Brzdné záření

Při vysokých energiích jsou dominantním způsobem ztrát energie procesy, kdy částice v poli jader anebo v poli elektronů vyzařují brzdné fotony, často v oblasti X či gama.

Kritická energie je energie částice, kdy se postupně se snižující brzdné ztráty na jednotku délky dráhy stávají stejně významné jako ztráty ionizační, které dominují v méně relativistické oblasti energií procházející částice:

$$\left(\frac{\mathrm{d}E(E_C)}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{ion.}} = \left(\frac{\mathrm{d}E(E_C)}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{brzd.}}$$

V pevných médiích platí přibližně empirický vztah

$$E_C = \frac{610 \,\mathrm{MeV}}{Z + 1.24}$$

který využijeme v kapitole o kalorimetrii.

Pro brzdné ztráty platí přibližně (aproximace je dána přibližnou závislostí na Z)

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 4\alpha N_A \frac{z^4 Z^2}{A} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{Mc^2}\right)^2 \cdot E \cdot \ln\frac{183}{Z^{1/3}}$$

a zejména tedy

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \propto \alpha^3 z^4 \frac{E}{M^2} Z^2$$

Budeme-li nadále uvažovat elektrony či pozitrony  $e^{\pm}$  se z = 1, lze vztah zapsat jako

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \equiv \frac{E}{X_0}$$

a energie elektronu či pozitronu tak klesá exponenciálně s délkou dráhy v médiu

$$E(x) = E_0 \exp[-x/X_0]$$

kde lze definovat radiační délku  $X_0$ po které energie částice poklesne na 1/e původní energie. Pro $X_0$  platí

$$\rho X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}} \left[ \text{g/cm}^2 \right],$$

popř. jiná často uváděná parametrizace je

$$\rho X_0 = \frac{716, 4 A}{Z(Z+1) \ln \frac{287}{Z^{1/2}}} \left[ \text{g/cm}^2 \right].$$

Pro radiační délku dále platí  $X_0 = \frac{1}{\sigma n}$ , kde  $\sigma$  je účinný průřez a n je hustota jader, na kterých dochází k brzdným ztrátám. Všimněme si v  $X_0$  závislostech na  $Z^2$ , a na hmotnosti prolétávající částice  $1/M^2$ : brzdné ztráty jsou dominantním procesem pro lehké částice jako jsou elektrony či pozitrony. Miony jsou do energií desítek až stovek GeV jen o něco více než minimálně ionizující čístice (MIP, minimum ionizing particle) a jejich radiační ztráty jsou faktorem ~ 1/40000 nižší než u elektronů při stejné energii, neboť  $m_e/m_{\mu} \approx 1/200$ .

Částice ztrácející energie převážně brzdnými ztrátami lze účinně stínit materiálem o vysokém protonovém čísle. To je důležité i pro stínění gama záření, jak uvidíme později pro energetické ztráty vysokoenergetických fotonů v případě že energie fotonů je dostatečná ke kreaci párů elektron-pozitron v poli jader. V literatuře se často a trochu nesprávně uvádí, že radiační délka je pouze charakteristikou materiálu, i když má zároveň závislost na hmotnosti prolétávající částice. Toto rčení je nutno chápat zejména v kontextu toho, ze radiační ztráty jsou za účelem kalorimetrie studovány zejména pro elektrony, a pro daný typ částice je pak  $X_0$  opravdu dána už jen materiálem (jeho protonovým číslem a hustotou).

Ve sloučeninách lze výslednou radiační délku spočítat vážením příspěvků jednotlivých prvků podle jejich zastoupení na základě sčítání převrácených radiačních délek, protože je potřeba sčítat pravděpodobnosti procesů, tj. účinné průřezy, a ty jsou úměrné  $1/X_0$ , tj.

$$\frac{1}{X_0'} = \sum_j \frac{w_j}{X_0'} \,,$$

kde  $X'_0$  je radiační "délka" v jednotkách g/cm<sup>2</sup>, a výslednou délku získáme  $X_0 = X'_0/\rho$ .

### 2.10 Mnohonásobný rozptyl

Mnohonásobným Coulombovským rozptylem jsou primární částice postupně rozptylovány přibližně do kužele. Molièr a další uvádějí pro rozptyl rovinného úhlu vztah

$$\theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{13,6\,\text{eV}}{\beta cp} \, z \, \sqrt{x/X_0} \left[ 1 + 0,038 \, \ln(x/X_0) \right] \,,$$

kde  $x/X_0$  je tloušťka média v jednotkách radiační délky.

### 2.11 Ionizační ztráty elektronů

TODO, see PDG

#### 2.12 Ionizační ztráty pozitronů

TODO, see PDG

### 2.13 Čerenkovo záření

Identifikace částic na základě prahovosti záření v závislosti na rychlosti částice. Čerenkovovské detektory mohou fungovat jako prahové detektory, anebo detektory měřící úhel vyzařovaného kužele, kdy jde o tzv. Ring Imaging Cherenkov (RICH) detektory vyžívané např. v experimentu LHCb, a jako instrumentální komponenty obsahují kromě aktivního média, plynu, také optické zrcadlo.

Fyzikálně jde o elektromagnetickou rázovou vlnu v médiu o indexu lomu n a tedy rychlosti světla c/n, kterým prolétá částice rychlostí větší než rychlost šíření světla v daném médiu. Geometricky lze odvodit z vlnoploch vztah pro velikost úhlu kužele určujícího normálu šířící se vlnoplochy

$$\cos\theta_C = \frac{1}{\beta n}$$

a prahová rychlost, od které částice v médiu čerenkovsky září, je tak

$$\beta_{
m thr} = rac{1}{n} \,,$$

pro kterou je čerenkovský úhel blízký nule.

V praxi je pro relativistické částice nutno pracovat s plyny pod variabilním tlakem, aby šlo naladit index lomu blízký jedničce na rychlosti různých druhů částic okolo prahu

pro rozlišení a identifikaci částic na základě toho, zda zanechají čerenkovský signál v detektoru.

Spektrum a intenzita záření je dána účinným průřezem pro generaci fotonů. Spektrum fotonů vzniklých podél jednotkové dráhy částice je úměrné  $\sin^2 \theta_C$  a  $1/\lambda^2$ 

$$\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}E\mathrm{d}x} = \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \sin^2 \theta_C = \frac{\alpha^2 z^2}{r_e m_e c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(E)}\right)$$

popř.

$$\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d} E \mathrm{d} \lambda} = \frac{2\pi \alpha z^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}\right) \,. \label{eq:delta_delta_delta_delta}$$

Pro  $\beta \to 1$  vidíme, že intenzita d $N \sim \frac{\beta^2 n^2 - 1}{\beta^2 n^2} = \frac{(\beta n - 1)(\beta n + 1)}{\beta^2 n^2} \approx \frac{(n + 1)(n - 1)}{\beta^2 n^2}$ , kde se limitujícím faktorem stává člen n - 1, a to i proto, že pro velké  $\beta$  je právě potřeba indexu lomu, který se jen o málo liší od jedničky.

Čerenkovovo záření je v praxi využíváno i mnoha dalšími experimenty, kdy jako médium je někdy využíváno též přírodních radiátorů jako je atmosféra, voda či led (AUGER, IceCube, CTA, KM3NeT). Známý je také 50kt experiment s vodou jako aktivním médiem, experiment Super-Kamiokande, původně studující rozpad protonu, ale následně využit jako neutrinová observatoř. Buduje se až dvacetkrát větší experiment Hyper-Kamiokande.

Rychlá optická odezva Čerenkovova záření nachází uplatnění ve jeho využití pro detektory času time-of-flight, ToF, identifikaci částic (particle identification, PID) anebo jako dráhové detektory. Sběr fotonů lze v praxi kombinovat spolu s totálním odrazem v pevném médiu v detektorech typu DIRC (Detection of Internally Reflected Cherenkov light).

### 2.13.1 Aerogely jako Čerenkovské radiátory

Moderním médiem pro generování Čerenkovova záření jsou aerogely, částečně transparentní křehké a lehké materiály s indexem lomu blízkým jedničce, používané např. v experimentu AMS-2.

Možnost produkce aerogelů s laditelným indexem lomu [8] dovoluje konstruovat prahové detektory umožňující rozlišit např. piony od mionů při nízkých hybnostech, zatímco malá hustota média jen málo narušuje jejich průchod látkou a další využití v experimentu dále po svazku.

Takto byly aerogely použity při měření složení a vlastností svazku částic v beam line T9 v laboratoři CERN v červenci 2022, pro účely experimentu WCTE (Water Cherenkov Test Experiment). Scintilační detektory sloužily jako trigger, a trojice čerenkovských detektorů s indexy lomu postupně 1.06, 1.10 a 1.15 jako detektory pro elektronové veto a dále jako prahové detektory průchodu mionů a pionů, viz Obr. 11.

### 2.14 Scintilace

Scintilátory se vyznačují vysokým časovým rozlišením, řádově nanosekunodové zpoždění scintilačního signálu po excitaci primární ionizující částicí. Využívají se jak v kalorimetrii, tak v měření času letu. Tenké scintilátory používané v hadronovém kolorimetru experimentu ATLAS jsou na Obr. 12, vyfoceny v UV světle spolu s WLS vlákny.

### 2.15 Askaryanovo záření

Jde o koherentní záření v mikrovlnném či rádiovém oboru vznikající průchodem nabité částice hustým dielektrikem (musí být transparentní pro výsledné záření), a to ze



Obrázek 9: Schéma experimentálního uspořádání měření složení svazku T9 v CERN z července 2022 pro účely experimentu WCTE.



Obrázek 10: Skutečné experimentální uspořádání experimentu pro měření složení svazku T9, aerogel v zatemnitelném umístění, fotonásobič v boxu se zrcadlovými fóliemi, a srovnání.

sekundárních částic vznikajících nábojově anizotropně. Experiment: ANITA (Antarctic Impulsive Transient Antenna, balonový experiment nad Antarktidou [9]). Doposud bylo pozorováno v mediích jako je led, atmosféra, ale třeba i měsíční regolith (jeho rádiovou transparentnost prověřily mise Apollo), poprvé v roce 2000 [10].



Obrázek 11: Rozdělení času letu ...



Obrázek 12: Scintilátory a wave length shifter (WLS) vlákna z hadronového kalorimetru experimentu ATLAS. Vyfoceno pod UV lampou.

### 2.16 Příklady

### Příklad:

Ukažte, že prahový gama-faktor je roven  $\gamma_t = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$ a že zavedením  $\delta \equiv n-1$ lze prahový hybnostní faktor vyjádřit jako  $\beta_t \gamma_t = 1/\sqrt{(\delta+2)\delta}$ .

V atmosféře je prahová energie pro produkci Čerenkovova záření okolo 21 MeV pro elektrony, ale 4,3 GeV pro miony [11]. Pro velmi relativistické částice je Č. světlo emitováno v úzkém kuželu o úhlovém poloměru  $\theta \propto \sqrt{2\delta}$ , v atmosféře okolo 1.4°, i když Coulombický rozptyl elektronů nakonec vede k difúznější spršce a širšímu poloměru kužele.

### Příklad:

Atmosférická hloubka je definována jako

$$h \equiv \int_{h0}^{h1} \rho(x) \mathrm{d}x \,.$$

| částice | hmota $[MeV]$ | hybnost $pc$ [GeV] |         |         |         |         |        |
|---------|---------------|--------------------|---------|---------|---------|---------|--------|
|         |               | 0.5                | 1.0     | 2.0     | 10.0    | 20.0    | 180.0  |
| p       | 938           | 0.47039            | 0.72936 | 0.90537 | 0.99563 | 0.99890 | 0.9999 |
| K       | 493.7         | 0.71158            | 0.89668 | 0.97086 | 0.99878 | 0.99970 | 1.0000 |
| e       | 0.5           | 1.00000            | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.0000 |
| $\mu$   | 105.7         | 0.97838            | 0.99446 | 0.99861 | 0.99994 | 0.99999 | 1.0000 |
| $\pi$   | 139.6         | 0.96316            | 0.99040 | 0.99757 | 0.99990 | 0.99998 | 1.0000 |

Tabulka 1: Rychlosti částic při různých hybnostech.

| částice | hmota $[MeV]$ | hybnost $pc$ [GeV] |         |         |         |         |        |
|---------|---------------|--------------------|---------|---------|---------|---------|--------|
|         |               | 0.5                | 1.0     | 2.0     | 10.0    | 20.0    | 180.0  |
| p       | 938           | 2.12588            | 1.37107 | 1.10452 | 1.00439 | 1.00110 | 1.0000 |
| K       | 493.7         | 1.40533            | 1.11523 | 1.03002 | 1.00122 | 1.00030 | 1.0000 |
| e       | 0.5           | 1.00000            | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.0000 |
| $\mu$   | 105.7         | 1.02210            | 1.00557 | 1.00140 | 1.00006 | 1.00001 | 1.0000 |
| $\pi$   | 139.6         | 1.03824            | 1.00970 | 1.00243 | 1.00010 | 1.00002 | 1.0000 |

Tabulka 2: Odpovídající Čerenkovské prahové hodnoty indexu lomu.

### 2.17 Fluorescenční záření

Průchodem nabitých částic atmosférou dochází k excitaci nejčastěji dusíkových molekul a k následné izotropní emisi fluorescenčního světla. Jev je využíván v astročásticových experimentech. Rozložení intenzity záření podél profilu spršky umožňuje určit hloubku  $X_{\rm max}$  od počátku rozvoje spršky, kde je v atmosféře deponováno nejvíce energie na jednotku dráhy. Hloubka spršky a celková změřená energie umožňují určit druh primární částice, která inicializovala atmosférickou spršku. Typicky je fluorescenčním světlem emitováno okolo 5 fotonů na metr dráhy v oblasti modrého světla ( $\lambda = 300-450$  nm).

# 2.18 Přechodové záření

Jde o záření vysílané silně relativistickými částicemi v dopředném směru na rozhraní dvou dielektrik, nejčastěji plynu (aktivní médium detektoru, často s velkým Z pro absorpci generovaných fotonů v keV oblasti) a pevné látky (radiátor, nejčastěji pěna, vlákna, fólie). Protože počet produkovaných fotonů na jedno rozhraní je však malý, v řádu jednotek, používá se v praxi periodicky se střídajících rozhraní a to i pro zesílení interference vzniklého záření. Jevu lze využít i k identifikaci částic, neboť jeho intenzita I a úhlová charakteristika závisí na  $\gamma$ , a to tak, že zatímco úhlově je zahuštěno okolo úhlu  $1/\gamma$  vzhledem ke směru letu částice, jeho intenzita závisí lineárně na  $\gamma$ 

$$I = \alpha z^2 \gamma \hbar \omega_p / 3 \,,$$

kde  $\omega_p$  je plazmová frekvence. Energie záření  $\hbar\omega_p$  je pro plasty typicky okolo 20 eV. Např. plazmová frekvence v křemíku odpovídá plazmonové energii 31,048 eV, obecně je užitečná parametrizace plazmonové energie  $\hbar\omega_p = \sqrt{4\pi \alpha \hbar c n_e/m_e}$  jako  $\hbar\omega_p = 28,81\sqrt{\rho Z/A}$  eV. Záření v optickém oboru je současně odráženo na rozhraní směrem zpět. Fyzikálně jde u přechodového záření o důsledek toho, že v prostředí s různou permitivitou je jiná intenzita elektrického pole procházející částice, což je kompenzováno právě přechodovým zářením. V doméně 1–100 GeV září převážně jen elektrony. V praxi je detektor přechodového záření využíván např. v experimentu ATLAS v de-



Obrázek 13: Čerenkovské fotony šířící se totálním odrazem a v určitých místech unikající z křemenné tyčinky, která slouží jako radiátor i jako vlnovod pro detektor času letu protonů (Time-of-Flight) AFP experimentu ATLAS. Zeleně je vyznačena stopa procházejícího protonu. Kredit: Tomáš Komárek.

tektoru TRT (Transition Radiation Tracker), kdy v oboru hybností 1 až 100 GeV září téměř výlučně elektrony.



Obrázek 14: Schéme RICH detektrorů experiementu LHCb.

### 2.19 Energetické ztráty fotonů

Koherentní Rayleigho rozptyl.

Fotoefekt dominuje na nízkých energiích.

Nekoherentní Comptonův rozptyl.

Tvorba elektron-pozitronových párů dominuje na velkých energiích, kd<br/>y $E_{\gamma} > 2m_ec^2$ vede ke konverzi fotonu na  $e^+e^-$ pár v poli<br/> jádra anebo v poli atomových elektronů s typickou interakční délkou<br/>  $\lambda$ , která je pro velké energie rovna  $\lambda = 9/7 X_0$  a také opět platí vztah (husto<br/>tu je třeba dosazovat v g/cm<sup>3</sup>)

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} = \frac{A}{\rho N_A \sigma} \,,$$

kde  $\sigma$  je účiný průřez produkce  $e^+e^-$  párů a n je objemová hustota jader. Vztah mezi interakční délkou produkce párů  $e^+e^-$  a mezi radiační délkou pro vyzáření brzdného záření elektronem je dán podobností a symetrií Feynmanových diagramů těchto procesů, a tedy i úzkou souvislostí jejich účinných průřezů.

Jaderné interakce fotonů, gigantická dipólová rezonance.

### Příklad:

Pro diferenciální účinný průřez produkce pár<br/>u $e^+e^-$ konverzí vysoko<br/>energetických fotonů platí přibližně

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x} = \frac{A}{\rho X_0 N_A} \left[ 1 - \frac{4}{3} x (1-x) \right] \,,$$

kde x je frakce energie elektronu (nebo pozitronu) vůči energii fotonu, tj.  $x = E_e/E_{\gamma}$  (všimněte si, že výraz je symetrický vůči záměně x a 1-x). Spočtěte totální účinný průřez

$$\sigma \equiv \int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x$$

a ukažte, že srovnáním výsledku  $\sigma=\frac{7}{9}\frac{A}{\rho X_0 N_A}$ a vztahu  $\lambda=\frac{1}{\sigma n}$ opravdu dostanete $\lambda=9/7\,X_0.$ 

### 2.20 Hadronové interakce

### 2.21 Miony, elektrony, synchrotronní záření

### 2.22 Detekce neutronů

Zdroje neutronů reaktory, atmosférické spršky, Am-Be. Konverze na ionizující záření materiály s malým Z (elastický rozptyl). Rezonanční energie



Obrázek 15: Zrekonstruované polohy sekundárních interakčních vrcholů, kdy došlo k hadronové interakci v materiálu vnitřního detektoru experimentu ATLAS [12].

# 3 Kalorimetrie

Zpracováno zejména podle zdrojů [13] a [14].

Kalorimetry jsou detektory, které destruktivním způsobem měří energii primární částice rozvojem spršky. Cílem detektorů je získat z aktivní části detektoru signál, který je ideálně úměrný energii primární částice. Podle skupenství aktivního média můžeme kalorimetry rozdělit na plynné, kapalné (nejčastěji kapalné vzácné plyny) a pevné (scintilátory, skla, polovodičové detektory).

V případě homogenních kalorimetrů je absorbér zároveň i aktivním médiem, které generuje např. optický signál, jenž poskytuje informaci o energii spršky. Naopak u segmentovaných kalorimetrů se střídá pasivní absorbér sloužíci k rozvoji a zachycení spršky spolu s aktivním médiem, které vzorkuje informaci o rozvoji a energii spršky. Typické materiály homogenních kalorimetrů jsou olovnaté sklo, BGO či PbWO<sub>4</sub>. U samplovacích kalorimetrů je absorbérem často železo, olovo, měď či wolfram, zatímco aktivním médiem může být platový scintilátor či kapalný vzácný plyn. Geometricky může jít o střídající se desky aktivního a pasivního materiálu, ale i složitější geometrie (např. vlákna scintilátorů či harmonikový tvar obsorberu) nacházejí v praxi uplatnění.

Kapalné vzácné plyny, nejčastěji argon, mají jako aktivní médium výhodu v chemické inertnosti a tedy v malé schopnoti zachytávat volné elektrony vytvořené procházejícími ionizijícími částicemi. Vzácné plyny mají poměrně vysoké Z, hustotu, lze je dobře zkapalnit, purifikovat, a jsou radiačně odolné. V uspořádání s vrstvou kapaliny mezi elektrodami s přivedenám vysokým napětím se sbírá náboj indukovaný na elektrodách při průchodu ionizující částice. Typické časy pro drift elektronů v kapalném argonu jsou stovky nanosekund, ale technologii lze nalézt a použít i v experimentech s vyšší frekvencí srážek, kdy se celkový indukovaný náboj dedukuje z časového profilu začátku pulzu.

Scintilátory mohou pracovat v magnetickém poli, nepotřebují kryogenní techniku, ale jsou radiačně méně odolné. Optický signál je potřeba zesílit ve fotonásobičích a signál je třeba sbírat nejčastěji pomocí wave-length-shift vláken (WLS), která přezáří původní fotony isotropně do směrů, které se mohou šířit vláknem tvořeným obalem (cladding) o nižším indexu lomu (např. materiál PMMA o n = 1,49) a jádrem s vyšším indexem lomu (např. 1,59 pro polystyren) pomocí totálního odrazu. Jedna ze současných aplikací scintilátoru a WLS technologie je použita např. i v triggerovacím detektoru MBTS (Minium Bias Trigger System) v experimentu ATLAS, u kterých není použit absorbér, a jde tak spíše o hrubě granulovaný scintilační dráhový detektor. WLS vlákna jsou použita i v "Tile" hadronovém kalorimetru experimentu ATLAS, s absorbérem ze železa.

Výzvy a požadavky moderní kalorimetrie jsou následující:

- Vysoká rychlost odezvy;
- Linearita;
- Radiální hermeticita, schopnost obsáhnout spršku;
- Radiační odolnost;
- Pokrytí v prostorovém úhlu, 4π-hermiticita;
- Rozlišení v měření energie a úhlů, prostorová a radiální segmentace vs. počet vyčítaných kanálů;
- Dynamický rozsah GeV–TeV;

- Rozlišení měření energie hadronových spršek (jetů);
- Identifikace částic, prostorové rozlišení tvarů spršek např. z procesu  $\pi^0 \to \gamma \gamma$  vs.  $\gamma$ .

### 3.1 Elektromagnetické kalorimetry

Radiační délka  $X_0$  je typickou délkou pro generaci brzdných fotonů, které následně mohou konvertovat na elektron-pozitronové páry. Radiační délka v mědi je 14,3 mm zatímco v olovu jen 5,6 mm. Jedna z nejčastěji užívaných empirických parametrizací radiační délky je

$$\rho X_0 = \frac{716, 4 \, \mathrm{Ag} \cdot \mathrm{cm}^2}{Z(Z-1) \ln(287/\sqrt{Z})}$$

Celková hloubka kalorimetru v radiálním směru se často vyjadřuje v jednotkách radiační délky, např. pro experiment CMS je to kolem  $25 X_0$ .

### 3.1.1 Mnohonásobný rozptyl, Molièrův poloměr

Poloměr válce, v kterém je obsaženo 90% spršky je empiricky dán vztahem

$$R_M = E_S \frac{X_0}{E_C}$$

(tzv. Molièrův poloměr, přibližně nezávislý na materiálu kromě závislosti na  $X_0$ ), kde škálovací energie  $E_S = m_e c^2 \sqrt{4\pi/\alpha} \doteq 21, 2 \text{ MeV popř.}$ 

$$R_M = 0,0265 X_0 \left( Z + 1, 2 \right),$$

což je v praxi typicky několik centimetrů, což definuje volbu příčné segmentace kalorimetrů.

### 3.1.2 Longitudinální profil spršky

Energetický profil spršky podél dráhy částice je dobře popsatelný gamma rozdělením

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = E_0 \, b \, \frac{(b\xi)^{a-1} \exp\left(-b\xi\right)}{\Gamma(a)}$$

kde $\xi$  je hloubka spršky v jednotkách interakční délky, tj.  $\xi\equiv x/X_0,$ aa,bjsou reálné parametry. Maximum spršky nastává pro

$$\xi_{\rm max} = \frac{a-1}{b} \approx \ln \frac{E_0}{E_C} + \xi_0 \,,$$

kde $\xi_0$  je -0,5 (0,5) pro primární elektrony/pozitrony (fotony). Hloubka kalorimetru, který obsáhne 95% spršky je dána přibližným empirickým vztahem

$$\xi_{95} \approx \xi_{\max} + 0,08 Z + 9,6.$$

Pro EM kalorimetr typické délky  $L = 25X_0$  je pro energie do 300 GeV primární částice frakce energie deponované za koncem kalotrimetru pod jedno procento. Dodejme, že experiment ATLAS má EM kalorimetr o radiální tloušťce 45 cm z materiálu o  $X_0 =$ 1,8 cm, zatímco experiment CMS má EM kalorimetr tlouštky 23 cm a  $X_0 = 0,9$  cm Oba kalorimetry byly navrženy pro detekci fotonů z rozpadu Higgsova bosonu tehdy neznámé hmotnosti na dva fotony, přičemž teoretické limity na jeho hmotu byly pod 1 TeV, tj fotony byly očekávány v energiích do cca 0,5 TeV. Často je také volena jemnější granulace vyčítaných buněk kalorimetru v okolí typického  $\xi_{max}$ . **Příklad:** 

Nalezněte maximum longitudinálního rozdělení spršky, tj. najděte  $\xi_{\text{max}}$ .

#### 3.1.3 Homogenní kalorimetry

Elektromagnetický kalorimetr experimentu CMS je homogenním kalorimetrem, kde absorbérem i radiátorem je cca 70 tisíc krystalů z PbWO<sub>4</sub> (lead tungsten) a fotosenzory, které musejí být umístěny v magnetickém poli solenoidu, jsou lavinové fotodiody (APD, Avalanche Photodiodes). Signálním výstupem je cca 4,5 fotonů na 1 MeV deponované energie.

Homogenní elektromagnetický kalorimetr experimentu CMS byl navržen pro co nejlepší energetické rozlišení fotonů z rozpadů Higgsova bosonu, a to v tehdy očekávané oblasti desítek až stovek GeV. Samplovací EM kalorimetr experimentu ATLAS zase "vsadil"na radiální segmentaci, s jejíž pomocí lze přesněji určit úhel fotonů a jejich příslušnost k některému s hlavních iterakčích vrcholů (připomeňme, že fotony nezachávají stopu v dráhovém detektoru!). Oba dva přístupy vedou ke zlepšení hmotového rozlišení "peaku" zrekonstruované hmoty Higgova bosonu, která je dána vztahem

$$m_{\gamma\gamma}^2 = (P_1 + P_2)^2 = 2E_1E_1(1 - \cos\theta_{12})$$

kde  $P_j$  jsou čtyřhybnosti fotonů a platí  $E_j = |\vec{p}_j|, P_j^2 = 0$ , a  $\theta_{12}$  je úhel mezi směry fotonů.



Obrázek 16: Homogenní elektromagnetický kalorimetr experimentu CMS.

### 3.2 Samplovací kalorimetry

Sampling fraction je poměr energie MIP částice deponované v aktivní části detektoru (např. scintilátoru)

$$f_{\rm samp} \equiv \frac{E_{\rm MIP}(\rm active)}{E_{\rm MIP}(\rm active) + E_{\rm MIP}(\rm absorb)}$$

Samplovací frekvence  $\tau$  je tloušťka absorbéru mezi dvěma aktivními vrstvami, v jednotkách  $X_0$ , tj. jak moc je, v jednotkách radiační délky, sprška vzorkována pasivními komponenty kalorimetru. Počet aktivních vrstev je tedy ~  $1/\tau$ . Typické technologie a volby materiálů jsou

- železo a plastový scintilátor;
- $\bullet$ absorbér o velkém Za kapalný argon jako aktivní médium.

Obrázek 18 ukazuje příklad elektromagnetické spršky 2 GeV elektronu v samplovacím kalorimetru z olova a kapalného argonu, s 10 střídajícími se vrstvami absorbéru tloušťky 1 cm a scintilátoru tloušťky 0,5 cm. Podle příkladu B4d simulačního nástroje GEANT4 [15, 16, 17].



Obrázek 17: Samplovací elektromagnetický kalorimetr experimentu ATLAS.

### 3.3 Hadronové kalorimetry

Pro rozvoj, zastavení a změření energie primárního hadronu je v experimentech potřeba dalšího specializovaného kalorimetru, který následuje za kalorimetrem elektromagne-



Obrázek 18: Příklad spršky 2 GeV elektronu v samplovacím kalorimetru z olova a kapalného argonu, s 10 střídajícími se vrstvami absorbéru tloušťky 1 cm a scintilátoru tloušťky 0,5 cm. Podle příkladu B4d simulačního nástroje Geant4.

tickým.

Hadrony interagují převážně silnou interakcí, ale také ionizačními ztrátami popř. brzdým zářením (relevantní jen na vysokých energiích). Ve srážkách s jádry jsou produkovány další nabité hadrony (piony  $\pi^{\pm}$ , kaony, protony atd.), ale také fotony, neutrony, a piony neutrální (přibližně v 1/3 případů produkce pionů). Nabité piony mají střední dobu života  $\tau = 26,033$  ns, což odpovídá dráze (a to bez započtení dilatace času)  $c\tau = 7,80$  m, a podílejí se tedy na rozvoji hadronové kaskády, neboť interagují silně. Podobně jsou v hadronových kaskádách důležité mezony  $K_S^0$  ( $c\tau = 2,68$  cm),  $K_L^0$ ( $c\tau = 15,3$  m) a  $K^{\pm}$  ( $c\tau = 3,7$  m).

Jak jsme diskutovali výše, elektromagnetická kaskáda se rozvíjí v případě interakce a průchodu hmotou energetických fotonů, elektronů, pozitronů, ale také právě neutrálních pionů, jejichž doba života je díky rozpadovému kanálu

$$\pi^0 \to \gamma \gamma$$

vemi krátká ( $\tau = 840 \,\mathrm{ps}$ , tj.  $c\tau = 25 \,\mathrm{nm!}$ ) a vede k souběžnému rozvoji elektromagnetické kaskády i ve sprškách iniciovaných hadrony. Každá hadronová sprška má tedy inherentně v sobě obsaženou elektromagnetickou komponentu pocházející z tvorby neutrálních pionů a fotonů (o energii nad 1 GeV), zatímco nabité piony a další hadrony rozvíjejí hadronovou spršku na základě jaderných interakcí, charakterizovaných jadernou interakční délkou  $\lambda_I$ , což je střední dráha, za kterou průměrně energetický hadron interaguje silnou interakcí s médiem (jádry):  $\lambda_I = \frac{A}{N_A \sigma_{tot}}$  a také platí, že  $\lambda \sim A^{1/3}$  (souvisí s hustotou nukleonů jakožto rozptylových center silné interakce).

Odezva kalorimetru na hadronovou část spršky je nicméně menší, viditelná detekovaná energie je nižší než energie primární částice. Neviditelná energie je dána složitější povahou procesů, kdy část energie odnášejí neutrony, je spotřebována pro vazbové energie či excitace jader, jejichž doba života je delší než časové okno spršky, v jehož rámci je vyčítán detektor.

Frakce energie *celé* spršky, kterou nesou hadrony,  $F_h$ , závisí na energii, a to kvůli závislosti počtu produkovaných energetických hadronů a zejména neutrální komponenty  $\pi^0$  na energii primární částice, typicky  $F_h$  nabývá hodnot 0,5 až 0,3 pro energie 100 až

1000 GeV: elektromagnetická frakce spršky roste s energií. Fyzika hadronových spršek je dána chováním spekter částic tvořících spršku, kterým dominuje oblast MeV, a to i pro primární částice o energiích stovek GeV. Frakci  $F_h$  lze parametrizovat jako

$$F_h = (E/E_{\rm cutoff})^k \,,$$

kde  $k = \ln \alpha / \ln m$ , m je průměrný počet rychlých hadronů (nabitých i neutrálních) produkovaných v jedné srážce (okolo 10) a  $\alpha = 1 - f_{\pi^0}$  je frakce hadronů, které se nerozpadají elektromagneticky, a  $f_{\pi^0}$  je průměrná frakce neutrálních pionů produkovaných v jedné interakci (obecně závisí na energii srážky, ale lze považovat přibližně za konstantní a rovnu přibližně 1/5-1/4). V praxi je  $k \approx -0.2$ , a cutoff-energie (práh produkce rychlých hadronů, které dále mohou rozvíjet hadronovou kaskádu) je 1–2 GeV. Podrobnosti, heuristické odvození a odhad parametrů ze simulace lze nalézt v pracích [18, 19].

Pro kvantifikaci viditelé energie vyčtené kalorimetrem je vhodné zavést odezvy (frakce energie) kalorimetru na elektromagnetickou ( $\eta_e$ ) či hadronovou ( $\eta_h$ ) část spršky, typicky v intervalu (0, 1), a  $\eta_h/\eta_e < 1$ . Celková viditelná energie kalorimetru v odezvě na vysokoenergetický hadron, např. pion, o energii E je dána součtem odezvy na elektromagnetickou a hadronovou část kaskády

$$E_{\rm vis}^{\pi} = \eta_e (1 - F_h) E + \eta_h F_h E$$

kde  $F_h$  je frakce energie primární částice, která byla předána hadronům. Odezva kalorimetru na elektron o stejné energii je jednoduše  $E_{vis}^e = \eta_e E$  a poměr odezvy kalorimetru na pion a elektron je tedy

$$\frac{E_{\rm vis}^\pi}{E_{\rm vis}^e} \equiv \left(\frac{e}{\pi}\right)^{-1} = 1 - \left(1 - \frac{\eta_h}{\eta_e}\right) F_h \ < \ 1 \, . \label{eq:kinetic}$$

Obecně  $\eta_e \neq \eta_h$  a odezva kalorimetru na hadrony bude jiná (většinou menší). Protože  $F_h$  klesá s E, bude odezva i nelineární. Poměr odezev  $\frac{e}{\pi}$  je základní charakteristikou hadronových kalorimetrů. Je-li roven jedné, mluvíme o kompenzujícím kalorimetru (viz. odstavec 3.5).

Neutrony mají v oblasti desítek MeV velký účinný průřez pro jaderné reakce, kdy se mohou produkovat další, měkčí, neutrony. Neutrony s energiemi řádu MeV se nakonec elasticky rozptylují. Samotné neutrony neionizují, pokud materiál kalorimetru neobsahuje také nějaká lehká jádra (vodík) pro přenesení energie neutronů na kinetickou energii např. právě protonů (v průměru asi polovina energie). Tato energie je celá viditelná v aktivním médiu: MeV protony mají v materiálech dolet řádově desítky mikrometrů, a jde tak o cenný signál, který nepodléhá samplovací neurčitosti.

V praxi tak i výborné elektromagnetické kalorimetry mohou být velmi špatnými (z hlediska rozlišení) hadronovými kalorimetry, např. BGO má poměr  $\frac{e}{\pi}$  roven 1,4 a je tedy silně nekompenzující.

### 3.4 Energetické rozlišení

Délka kalorimetrů roste jen logaritmicky s energií spršky, kterou mají zachytit: v průměru po jedné radiační délce se počet částic v elektromagnetické spršce zvýší faktorem 2. Počet EM částic v N-té vrstvě je průměrně  $2^N$ , a celková délka segmentů je tedy dána  $\sum_{i=k}^{N} 2^k$ . Tato řada má známý součet  $2^{N+1} - 1$ , který bude úměrný energii pozorované v kalorimetru. Elektromagnetická sprška se zastaví, když průměrná energie částic v N-té



Obrázek 19: Samplovací hadronový kalorimetr experimentu ATLAS.

vrstvě  $E_n = E_0 2^{-N}$  bude rovna kritické energii, kdy začnou být stejně důležité ztráty ionizační. Protože hloubka spršky bude přibližně  $L = NX_0$ , dostaneme pro její délku

$$L = X_0 \ln_2 \frac{E_0}{E_C} = X_0 \frac{\ln E_0 / E_C}{\ln 2}$$

Všimněte si logické souvislosti s hloubkou binárního stromu. Linearita odezvy je v principu možná jen pro elektromagnetické kalorimetry. Rozlišení kalorimetru je z definice šířka (rozptyl) rozdělení pozorovaných energií v kalorimetru z primárních částic o stejné energii. U elektromagnetických segmentovaných kalorimetrů je rozlišení dáno fluktuacemi v počtu pozorovaných segmentů částic spršky. Je-li celková pozorovaná energie úměrná počtu částic ve spršce  $E \sim n$ , pak rozptyl tohoto počtu je z Poissonova rozdělení roven  $\sqrt{n}$ . Pro rozlišení tedy dostáváme

$$\sigma_E \sim \sqrt{n} \sim \sqrt{E}$$

a pro relativní rozlišení tak dostáváme typickou závislost

$$\frac{\sigma_E}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \,.$$

Ilustrace viz Obr. 20 kde je relativním rozlišením proložena křivka  $\sigma_E/E = a + b/\sqrt{E}$  pro simulované primární energie elektronů v rozsahu od 1 do 50 GeV.

U homogenních kalorimetrů je experimentální rozlišení lepší, dokonce leší než by odpovídalo statistické povaze ve fluktuaci tvorby iontů dle Poissonova rozdělení (Fano faktor). Fyzikálně je rozlišení hadronových kalorimetrů dáno zejména fluktuacemi v hadronové frakci  $F_h$  a statistickou povahou rozvoje spršky do jednotlivých komponent (neutrony, hadrony, elektrony).



Obrázek 20: Rozdělení energií, linearita a relativní rozlišení proložené křivkou ~  $1/\sqrt{E}$  pro elektronové spršky v samplovacím kalorimetru z olova a kapalného argonu, s 10 střídajícími se vrstvami absorbéru tloušťky 1 cm a scintilátoru tloušťky 0,5 cm. Analýza dat z příkladu B4d simulačního nástroje Geant4.

Pro reálné kalorimetry je rozlišení parametrizováno několika dalšími členy

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{S}{\sqrt{E}} \oplus \frac{N}{E} \oplus C \,,$$

kde sumu členů rozumíme v kvadrátu, tj.

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{S^2}{E} + \frac{N^2}{E^2} + C^2}$$

a kde členy se označují jako stochastický (samplovací), noise a konstantní. Jejich význam a interpretace je následující:

- Stochastický člen souvisí s fluktuacemi v počtu částic ve spršce a u samplovacích kalorimetrů s fluktuacemi a rozvojem spršky a poměrem energie deponované v absorbéru a v aktivní části detektoru. Pro homogenní elektromagnetické kalorimetry je S několik procent, pro samplovací 5–20% GeV<sup>1/2</sup>. Pro hadronové kalorimetry 50–100% GeV<sup>1/2</sup>.
- Noise term souvisí s šumem v elektronice a dominuje nízkým energiím, ideálně by měl být pod 100 MeV na vyčítací kanál. Pro absolutní rozlišení jde o příspěvek do celkové energie daného vyčítacího kanálu nezávisle na energii fyzikálního procesu ve vyčítané buňce detektoru.

- Konstantní člen souvisí s nedokonalou instrumentací (mrtvý materiál kryostatu, kabeláž, servisní přístup k vnitřnímu dráhovému detektoru atd., neuniformity geometrie, teploty, obsahu nečistot) a zejména s nekompenzací, a je limitujícím faktorem rozlišení na vysokých energiích, a je dobré jej navrhnout a držet pod 1%.
- Tzv. průsak, punch-through, souvisí s nedostatečnou hlubkou kalorimetru a únikem spršky za kalorimetr, ať už z EM do hadronového anebo z hadronového do následujícího detekčního zařízení (často mionových komor).

Graficky jsou jednotlivé příspěvky zobrazeny na Obr. 21. Poznamenejme ještě, že samplovací kalorimetr nutně neznamená špatné rozlišení pro hadronové spršky, kde často limitujícím faktorem jsou fluktuace v rozvoji a kompozici spršky než fluktuace samplovací.



Obrázek 21: Členy přispívající do celkového relativního rozlišení kalorimetrů.

### 3.5 Kompenzace hadronových kalorimetrů

Kompenzací rozumíme přiblížení poměru odezev  $e/\pi$  jedničce. Dle

$$\frac{E_{\rm vis}^{\pi}}{E_{\rm vis}^{e}} = 1 - \left(1 - \frac{\eta_h}{\eta_e}\right) \left(E/E_{\rm cutoff}\right)^k, \quad k \approx -0.2$$

lze linearitu odezvy na hadrony zajistit buď to snížením odezvy na EM komponentu na úroveň odezvy na hadronovou komponentu spršky, anebo posílením odezvy hadronové části. Cílem je, aby byla energetická závislost co nejvíce oslabena.

Nejjednodušeji lze kompenzovat výběrem materiálu absorbéru a potlačením EM komponenty (materiál o vysokém Z). Dále lze naladit samplovací frakci a posílit signál z neutronů konverzí na lehkých prvcích ve scintilátoru (vodík), anebo jako absorbér použít materiál, při jehož štěpení není potřeba energie ze spršky, ale který naopak energii uvolní, např. uran, který byl použit v kalorimetrech experimentů ZEUS a DZero. V poslední době se zkoumá tzv. dual readout kalorimetrie (např. kolaborace DREAM), založená na detekci různých druhů signálu, kdy např. Čerenkovovo záření dává informaci o relativističtější EM komponentě, zatímco náboj či scintilační světlo měří celko-

vou EM i Had energii spršky, kterou pak lze opravit pomocí známého  $\frac{e}{\pi}$  poměru pro daný typ kalorimetru ze znalosti změřeného  $F_h$  pro individuální spršky.

# 3.6 Kalibrace kalorimetrů

Ideálně je každá detektorová komponenta nakalibrována na testovacím svazku o známé energii. Následně po instalaci je možné použít pulzní systém injekce náboje do elektroniky (zkoumá linearitu elektroniky), laserou kalibraci (zkoumá např. odezvu fotonásobiče), anebo radioaktivní zdroj. Za provozu kalorimetru lze využít některé tzv. *in situ* fyzikální procesy, kdy např. elektromagnetický kalorimetr lze nakalibrovat (tj. každé logické buňce detektoru přiřadit nějakou multiplikativní konstantu, která škáluje její odezvu) na základě znalosti hmotností fyzikálních částic, např. rezonančního peaku Z bosonu v invariantní hmodě dvou elektromagnetických spršek (s opačným nábojem drah prostorově blízkých energetickým klastrům v kalorimetru) z rozpadu  $Z \rightarrow e^+e^-$ . Z hlediska kalibrace je důležitá zejména znalost uniformity odpovědi komponent detektoru, časová stabilita či radiační odolnost (průhlednost krystalu či scintilační destičky, čistota kapalného argonu). Kalibrovat lze dále s využitím válcové symetrie většiny experimentů, a požadovat tedy stejnou multiplicitu energetických klastrů nad nějaky práh.

# 3.7 Particle Flow

# 4 Dráhové detektory

# 4.1 Principy, geometrie

# 4.2 Vláknové scintilační dráhové detektory

Dzero fibre tracker.

# 4.3 Drátové komory

Pro plynné médium používané v různých verzích drátových komor je kvůli jeho nízké hustotě nutné násobit výtěžek ionizovaných elektronů přímo v médu (za účelem zisku silného signálu), a proto je v těchto komorách srealizováno sailné elektrické pole pro proporcionální či lavinovité násobení signálu.

# 4.4 Mnohodrátové proporcionální komory

George Charpak, 1968, Nobelova cena. Segmentovaná anoda. Rozlišení desítky mikrometrů, revoluce! Rychlá operační frekcence, až MHz oproti desítkám kHz předchozích bublinových komor. Rychlost elektronů okolo  $5 \text{ cm}/\mu s$ , náboj sesbírán za cca 100 ns.

# 4.5 Driftové komory

Z měření času lze usoudit na prostorovou informaci, a lze zvětšit rozestup drátů, a tím snížit počet vyčítaných kanálů. Sense wire, field wire. Větší geometrická oblast silného elektrického pole, z kterého se sbírá náboj a kde se lavinovitě násobí.

# 4.6 Time projection chamber (TPC)

Experimenty na urychlovači LEP, Válcová TPC komora experimentu ALICE na urychlovači LHC pokrývá pseudorapiditu do 0,9 až 1,5, má vnitřní a vnější poloměry (vymezující aktivní oblast) 85 a 250 cm a je naplněna směsí  $Ne/CO_2/N_2$  (90/10/5). Uvnitř

komory je realizováno paralelní homogenní elektrické (100–400 V/m!) a solenoidální magnetické pole. Primární elektrony z ionizace jsou transportovány elektrickým polem od centrální elektrody na konce válcové komory, dlouhé celkem 5m. Na konci komory je mnohodrátová proporcionální komora. Z času je rekonstruována třetí souřadnice: 3D tracking! Doba driftování (drift time) iontů je přibližně 90  $\mu$ s. Srážky olovo-olovo na urychlovači LHC probíhají při nižších frekvencích (okolo 8 kHz) než *pp* srážky (40 MHz).



Obrázek 22: TPC komora experimentu ALICE a "event display" zaznamenaných drah nabitých částic.

# 4.7 RPC, Geiger reloaded

RPC, Resistive Plate Chambres

### 4.8 Polovodičové detektory

Založené na p-n přechodu, spojení polovodičů s opačným dotováním. V oblasti přechodu se po spojení přesunou elektrony do p-oblasti a díry do n-oblasti. Vytvoří se tak oblast s nenulovým prostorovým nábojem, a v ní elektrické pole. Přiložením závěrného napětí (*reverse-bias voltage*) na p-n přechod vzniká elektrické pole, které vyprázdní oblast přechodu od volných nosičů náboje. Vyprázdněný p-n přechod je základem polovodičových detektorů. Běžné používanými materiály pro konstrukci polovodičových detektorů jsou křemík, germanium a GaAs.

Ve vyprázdněné oblasti mohou vznikat volné nosiče náboje – elektron-děrové páry – předáním energie valenčním elektronům. Díky nízké energii potřebné k vytvoření jednoho e-h páru (řádově jednotky eV) jich vznikne vysoký počet, který tudíž málo fluktuuje. Následkem je dobré energetické rozlišení polovodičových detektorů. Páry mohou vznikat různými procesy:

- Termální excitace u některých polovodičů může elektron i při pokojové teplotě mít dostatečnou termální energii na překonání zakázaného pásu. Jde o nežádoucí jev, který zvyšuje šum (detektor je nutné chladit). Týká se Ge, naopak téměř vůbec Si nebo GaAs.
- Excitace zářením (fotoefekt, Compton, nepřímo přes tvorbu páru).
- Ionizace nabitou částicí e-h páry vznikají podél trajektorie částice. Průběh ionizačních ztrát v závislosti na energii vykazuje prudký pokles, minimum a pak mírný vzestup. Rozdělení energetických ztrát (a tedy i počtů e-h párů) dle Landauova rozdělení (Obrázek 23).



Obrázek 23: Rozdělení deponovaných energií při průchodu 5 GeV elektronů křemíkovým stripovým detektorem o tloušťce 300  $\mu$ m. Získáno ze simulačního nástroje Allpix<sup>2</sup>.

Vzniklé volné nosiče jsou unášeny elektrickým polem (drift). Dostatečně silné pole může elektrony urychlit natolik, že samy mohou způsobit vznik dalších *e-h* párů. Dochází tak k násobení náboje, čehož využívají například lavinové fotodiody.

### 4.8.1 Výhody

 Malá šířka zakázaného pásu znamená malou energii potřebnou k vytvoření *e-h* páru, kterých tak vznikne mnoho (až 10x více oproti plynovým detektorům).

- Díky vysoké hustotě (2.37 g/cm<sup>3</sup> pro Si) velké ionizační ztráty záření.
  - Lze konstruovat tenké detektory (desítky až stovky <br/>  $\mu m),$ které přesto generují velký signál.
  - Vysoká prostorová přesnost (až jednotky  $\mu m).$
- Vysoká pohyblivost nosičů náboje.
  - Vysoké četnosti, malá mrtvá doba.
  - Rychlá a přesná časová informace.
- Mechanická pevnost.
- Radiační odolnost.

### 4.8.2 Stripové detektory

Zlepšení prostorového rozlišení lze dosáhnout rozdělením jedné elektrody na proužky (stripy) o rozměrech desítek až stovek mikronů (Obrázek 24). Každý strip musí mít svou vlastní vyčítací elektroniku, což bývá hlavním limitujícím faktorem počtu kanálů a jejich vzdálenosti. Základním parametrem je rozteč stripů, která definuje prostorové rozlišení, tedy schopnost detektoru přesně určit pozici procházející částice.



Obrázek 24: Průřez křemíkovým stripovým detektorem. Hlavní objem (tzv. *bulk*) tvoří *n*-dopovaný křemík. Stripy tvoří silně *p*-dopovaný křemík (značeno jako  $p^+$ ), na kterém leží hliníková elektroda. Druhou elektrodu (tzv. *backplane*) tvoří souvislá hliníková deska.

Lze využívat dva způsoby vyčítání stripových detektorů:

Binární – z každého stripu získáme pouze binární informaci, zda-li nasbíraný náboj na stripu překročil nastavenou hodnotu nábojového prahu (typicky trojnásobek šumu). Jednodušší zpracování, ale bez informace o energii částice. Prostorové rozlišení je pro detektor s roztečí stripů p (z angl. pitch) dáno

$$\sigma = \frac{p}{\sqrt{12}} \ . \tag{1}$$

 Analogové – získáváme údaj o amplitudě signálu na jednotlivých stripech. Při malé rozteči rozlišení na úrovní jednotek μm. Získáváme i informaci o celkové předané energii. Bez ohledu na způsob vyčítaní poskytují stripové detektory prostorovou informaci jen ve směru kolmém na směr stripů. Pozici prolétávající částice nelze rozlišit podél délky stripu. V praxi se toto omezení řeší spojením dvou stripových detektorů, vzájemně otočených o malý úhel, díky kterému překrývající se stripy vytvoří síť.

### 4.8.3 Pixelové detektory

Pro získání dvourozměrné informace o pozici částice je možné jednu z elektrod segmentovat do matice pravoúhelníků. Princip činnosti takových detektorů je totožný jako u stripových detektorů, novým problémem je ale odvedení náboje do vyčítací elektroniky. Pokud jsou segmenty elektrody větší (tzv. ploškový, angl. *pad*, detektor), lze z nich náboj odvést vodivými trasami na povrchu detektoru. V případě jemné segmentace (pixelový detektor) není takové odvedení náboje možné a je třeba využít jiný přístup:

- Vstupy vyčítacího čipu lze vodivě nakontaktovat na jednotlivé elektrody senzoru – hybridní pixelový detektor (Obrázek 25a).
- Vyčítací elektroniku lze integrovat přímo do objemu senzoru (možné, neboť jde o stejný materiál) – monolitický pixelový detektor (Obrázek 25b).





(a) Hybridní pixelový detektor. Malé kuličky kovu (typicky indium) se rozmístí na plošky a senzor s čipem se stlačí (technika *bumpbonding*).

(b) Monolitický pixelový detektor, u kterého jsou vyčítací obvody (polem řízené tranzistory) součástí křemíkového substrátu.

Obrázek 25: Způsoby integrace vyčítací elektroniky v pixelových detektorech.

Příkladem hybridního pixelového detektoru je částicová kamera MX-10 české společnosti Jablotron Alarms, nyní ADVACAM (Obrázek 26a). Základem kamery je 300  $\mu$ m tenký křemíkový senzor a vyčítací čip Timepix (Obrázek 26b), vyvinutý kolaborací Medipix2 v CERN. Kamera čítá 256 × 256 pixelů s rozměry 55 × 55  $\mu$ m<sup>2</sup>.

### 4.8.4 Příklady

(Všechny hodnoty nezbytné pro řešení příkladů níže jsou uvedeny v Tabulce 3 a v zadání příkladů.)

### Příklad 1

a) Spočítejte rezistivitu (měrný odpor) vlastního křemíkového polovodiče dle vztahu

$$\rho = \frac{1}{e(n_e\mu_e + n_h\mu_h)} \,,$$



(a) Senzor, vyčítací čip a další elektronika se nachází uvnitř plastového krytu pro snadnější a bezpečnější manipulaci a měření.



(b) Výstupní kanály vyčítacího čipu Timepix jsou připojeny tenkými mikrodrátky (technika *wirebonding*).

| Obrázek 26: | Částicová | kamera | MX-10. |
|-------------|-----------|--------|--------|
|             |           |        |        |

| šířka zakázaného pásu $(T = 300 \text{ K})$   | $1.115 {\rm ~eV}$   |
|---|---|
| teplotní závislost šířky pásu                 | $-2.3\cdot 10^{-4}~{\rm eV/K}$                              |
| energie pro tvorbu páru                       | $3.62 \mathrm{eV}$  |
| vlastní koncentrace nosičů ( $T=300~{\rm K})$ | $1.5 \cdot 10^{10} \mathrm{~cm^{-3}}$                       |
| pohyblivost elektronů                         | $1350 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| pohyblivost děr                               | $450 \ {\rm cm}^2 \cdot {\rm V}^{-1} \cdot {\rm s}^{-1}$    |
| energetické ztráty MIP                        | $3.87~{ m MeV/cm}$  |
|   |   |

Tabulka 3: Vybrané vlastnosti křemíku.

kde  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C je elementární náboj,  $n_{e,h}$  jsou vlastní koncentrace elektronů a děr a  $\mu_{e,h}$  jsou pohyblivosti elektronů a děr. **b**) Jak se rezistivita změní, pokud bychom přidali 1 atom donoru (např. fosfor) na každých  $10^{10}$  atomů křemíku? Nejprve si vypočtěte koncentraci volných elektronů, pokud víte, že četnost křemíkových atomů je  $5 \cdot 10^{22}$  cm<sup>-3</sup>.

(a) 
$$\rho \doteq 231200 \ \Omega \cdot \mathrm{cm}$$
, b)  $n_e = 5.015 \cdot 10^{12} \ \mathrm{cm}^{-3}$ ,  $\rho \doteq 922 \ \Omega \cdot \mathrm{cm}$ 

### Příklad 2

Hustota nosičů je ve vlastním polovodiči úměrná

$$n_i \propto T^{3/2} e^{-\frac{E_g(T)}{2kT}},$$

kde T je termodynamická teplota,  $E_g$  je šířka zakázaného pásu a  $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot K^{-1}$  je Boltzmannova konstanta. Vypočtěte, jak se změní vlastní koncentrace nosičů při ochlazení křemíkového polovodiče z 300 K na 233 K.

[pokles na 0.1 %]

### Příklad 3

Vypočítejte deponovanou energii a počet vygenerovaných elektronů při průchodu MIP křemíkovým senzorem o tloušťce 300  $\mu$ m.

 $[E_{\rm dep} \doteq 116 \text{ keV}, n_e \doteq 32100]$ 

### 4.9 Micro patter gas detectors, micro/mesh gaseous detectors

 $\label{eq:poly} Plynové \ detektory \ s \ pokročilejší \ detekční technikou. \ GEM \ - \ gas \ electron \ multiplier. \\ MICROMEGAS \ - \ micro \ mesh \ gaseous \ structure \ Geometrická \ struktura \ elektrod \ znásobí$ 



Obrázek 27: Ionizační ztráty měřené v křemíkovém dráhovém detektoru ATLAS (nahoře) a v TPC experimentu ALICE (dole). Pro experiment ATLAS jsou zvýrazněny hodnoty nejpravděpodobnějších ztrát pro piony (černě), kaony (šedě) a protony (modře). [20, 21]

lavinovitě náboj, pro jehož detekci jsou pak použity křemíkové detektory namísto drátové technologie.

### 4.10 Rozlišení

impaktní parametr, hybnost

# 5 Částicová kamera MX-10

Částicová kamera MX-10 vyvinutá v laboratoři CERN v rámci kolaborace Medipix ve spolupráci s ČVUT v Praze je dostupná jako vzdělávací pomůcka od firmy Jablotron. Umožňuje studium kosmického záření ale i složení radiačního pozadí v různých prostředích od běžného pozadí kolem nás, po jeskyně či měření dávky v letadle [22].



Obrázek 28: Stopy částic gama z americiového zdroje.



Obrázek 29: Stopy částic alfa z americiového zdroje.



Obrázek 30: Stopy částic beta ze zdroje $^{90}\mathrm{Sr.}$ 



Obrázek 31: Stopy částic alfa, beta a gama zaznamenaných při povrchu uranem dopovaného skla.



Obrázek 32: Stopa kosmického mionu zaznamenaná při povrchu Země.



Obrázek 33: Stopy částic z interakce kosmického záření v letadle ve výšce c<br/>ca $10 \rm km.$ 



Obrázek 34: Stopy mionů $\mu^-$ o energii 120 GeV na svazku z urychlovače SPS zaznamenaných v laboratoři CERN. Kredit: L. Chytka.



Obrázek 35: Stopy pionů $\pi^-$ o energii 120 GeV a jejich interakce na svazku z urychlovače SPS zaznamenaných v laboratoři CERN. Kredit: L. Chytka.

# 6 Vybraná témata

# 6.1 Experimenty na urychlovači LEP



Obrázek 36: Produkce a rozpadZbosonu na $e^+e^-$ (nahoře) a  $\mu^+\mu^-$ (dole) v elekron–pozitronových srážkách v experimentu ALEPH na urychlovači LEP.



Obrázek 37: Produkce a rozpad Z bosonu na  $\tau^+\tau^-$  (nahoře) a kvarky/hadrony (dole) v elekron–pozitronových srážkách v experimentu ALEPH na urychlovači LEP.

### 6.2 Přírodní kalorimetry

Homogenní, ale ne uniformní, vlastnosti závisí na počasí, hloubce, vlastnostech ledu (bublinky vzduchu) apod.

| Hustota u hladiny moře   | $1.22510^{-3}\mathrm{gcm^{-3}}$                   |
|--------------------------|---|
| Radiační délka           | $\rho X_0 = 36.7 \mathrm{g  cm^{-2}}$             |
| při hladině moře         | $X_0 = 300 \mathrm{m}$                            |
| Celková hloubka          | $X = 28.1 X_0$                                    |
| Jaderná interakční délka | $\rho \lambda = 62.0 \mathrm{g} \mathrm{cm}^{-2}$ |
| při hladině moře         | $\lambda = 506 \mathrm{m}$                        |
| Celková hloubka          | $L = 16, 6 \lambda$                               |
| Kritická energie         | $E_C = 85.9 \mathrm{MeV}$                         |
| Molièrův poloměr         | $ ho R_M = 9.05  m g  cm^{-2}$                    |

Tabulka 4: Parametry atmosféry z hlediska kalorimetrie.

### 6.2.1 Atmosféra

Za tlaku 101 kPa a 15°C má vzduch hustotu asi 1.225 kg/m<sup>3</sup>, tj. asi 0.00123 g/cm<sup>3</sup>. **Příklad:** 

 $100~{\rm TeV}$ foton Určete, v jaké hloubce v atmosféře nastává maximum pro 1, 10 a 100 ${\rm TeV}$ foton. Využijte tabulku 4 a výsledky z kapitoly 3.1.2.



Obrázek 38: Představa šíření atmosférické spršky vysokoenergetického kosmického záření atmostférou nad Observatoří Pierra Augera v Argentině.

### 6.2.2 Voda

Voda má hustotu 997 kg/m<sup>3</sup>, tj. cca 1 g/cm<sup>3</sup>.

Experimenty ANTARES, KM3NeT, jezero Baikal BDNUT (Baikal Deep Underwater Neutrino Telescope), GVD-I (Gigaton Volume Detector).

Detekce Čerenkovova záření z interakce neutrin.

### 6.2.3 Led

Led má hustotu asi 0.9168 g/cm<sup>3</sup>. Detekce Čerenkovova záření z interakce neutrin.



Obrázek 39: Simulace atmosférické spršky inicializované fotonem (vlevo) a protonem (vpravo) o počáteční energii  $10^{15} \,\mathrm{eV}$  [23, 24]. Červeně  $e^{\pm}$  a  $\gamma$ , zeleně miony, modře hadrony.

Pozorování Glashow rezonance experimentem IceCUBE [25]. Pozorování  $\tau$ -neutrin experimentem IceCUBE [26]. Detekce rádiových vln ze spršek v ledu, družicové a balónové experimenty.

# 6.3 Kosmické záření a miony

Atmosférické spršky kosmických částic vysokých energií. Primární a sekundární částice. Spršky iniciované fotony, protony, těžšími prvky (železem). Sběr fluorescenčního či čerenkovova signálu, detekce mionů v pozemních stanicích. Experimenty AGASA, HiRES, Fly's Eye, PAO (Pierre Auger Observatory).

### 6.3.1 PAO Observatory

[27].

### 6.3.2 $\gamma$ astronomie

Experimenty zaměřené na detekci vysokoenergetických fotonů a jejich atmosférických spršek: HESS, MAGIC, CTA, Telescope Array, LHAASO [5], SWGO.

### 6.4 Detekce neutrin

#### 6.4.1 Radiochemická metoda

John Bahcall spočítal předpokládaný tok solárních elektronových neutrin Raymond Davis navrhl metodu, kdy neutrino může vstoupit do reakce

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}^+$$

Energetický práh reakce je 0.814 MeV. Vnizklý isotop argonu je nestabilní a rozpadá se s poločasem rozpadu asi 35 dní. Argon byl z rostoku získán probubláváním helia, a aktivita získaného plunu s několika desítkami jader argonu byla zaznamenána v detektoru o objemu několika kubických centimetrů.

Experiment se nacházel v dole Homestake v Jižní Dakotě, USA. Pozorovaný tok neutrin však byl asi třetinový. Vysvětlením je skutečnost, že původně elektronovaá neutrina se Slunce přecházejí jednak interakcí v hmotě Slunce ale dále také oscilací na vzdálenosti Slunce.Země v neutrina jiného typu. Mionová a tauonová neutrina však nemohou vstoupit do podobné reakce jako elektronová, protože na vytvoření nabitého mionu či tauonu není v rekaci dostatek energie kvůli spektru energií neutrin ze Slunce.

#### 6.4.2 Vodní čerenkovovské detektory

```
Supernova 1987A
```

Experimenty Kamiokande, Super-Kamikande a Hyper-Kamiokande. Sudbury Neutrino Observatory IceCUBE

### 6.4.3 Interakce neutrin a pozadí

- NC, neutral current, neutrální proudy:  $\nu_{\ell} e^- \rightarrow \nu_{\ell} e^-$ , výměna Z bosonu, přenos hybnosti na elektron, který je možné detekovat jako dráhu nebo jako Čerenkovský kroužek např. ve vodě. Interagovat mohou neutrina i antineutrina.
- NC s předáním hybnosti nukleonu v jádře: ν<sub>ℓ</sub> A → A' p/n Neutron lze ve detekovat např. následným záchytem na vhodné příměsi (např. gadolinium), proton má naopak hybnost pod Čerenkovským prahemve vodě, ale může být detekovatelný emulzními či dráhovými metodami (kapalný argon). Interagovat mohou neutrina i antineutrina.
- CC, charged current, nabité proudy, neutrino scattering:  $\nu_{\ell} n \to \ell^- p$ ,  $\bar{\nu}_{\ell} p \to \ell^+ n$ , na kvarkové úrovni jde o reakce s výměnou  $W^{\pm}$  bosonu  $\nu_{\ell} d \to \ell^- u$ ,  $\bar{\nu}_{\ell} u \to \ell^+ d$ .
- CCQE, charged current quasi elastic, kvazielastický nabitý proud, spojený s vyražením nukleonu z jádra:  $\nu A \rightarrow A' p \ell^-$ . Pro typické energie urychlovačových či atmosférických neutrin je nabitým leptonem elektron nebo mion. Obdobně  $\bar{\nu} A \rightarrow A' n \ell^+$ .
- CC1 $\pi$ , neelastická interakce, nabitý proud s produkcí pionu, např.  $\nu A \to A' p \ell^- \pi^0$ či  $\nu A \to A' p \ell^- \pi^0$  které mohou probíhat i přes rezonanci  $\Delta$ , reakce se pak nazývá rezonantní pionovou produckí (resonant pion production, RES).
- Další procesy zahrnují procesy produkovaných pionů v jádře (FSI, final state interactions): produkce dalších pionů, rozptyl, absorpce, výměna náboje (viz níže).

Pozaďové procesy k výše uvedeným procesům s nabitými leptony či fotonem v počátečním stavu:

- Kvazielastický rozp<br/>tyl elektronů, mionů či absopce fotonů na jádře:  $e^{\pm}/\mu^{\pm}/\gamma A \rightarrow A' p/n e^{\pm}/\mu^{\pm}$ .
- Leptoprodukce pionů:  $e^\pm/\mu^\pm/\gamma\,A\to A'\,p/n\,e^\pm/\mu^\pm\,\pi$
- Fotoprodukce pionů:  $e^{\pm}/\mu^{\pm}/\gamma A \rightarrow A' p/n \pi$

Pion charge exchange interaction  $\pi^+ n \to \pi^0 p$  je důležitým mechanizmem ztráty nabitých pionů v látce za vzniku neutrálního pionu, který se promptně rozpadá na pár fotonů.



Obrázek 40: Detekce mionového neutrina v experimentu Super Kamionade. Vzniklý mion vytvoří ostře ohraničený Čerenkovský kroužek (modře) oproti sekundárnímu difúznímu Čerenkovskému kroužku z elektronu (zeleně) [28].

IceCUBE ANTARES, KM3NeT, The Baikal Deep Underwater Neutrino Telescope (BDUNT)

### 6.5 Detekce neutrin z reaktorů

Daya Bay [?], JUNO, DoubleChooze.

### 6.6 Detekce neutrin na svazcích z urychlovačů

MINOS, Mi $\nu$ erva, MiniBooNE, MicroBooNE, NO $\nu$ A, DUNE. Emulzní a elektronické detektory: OPERA [30].



Obrázek 41: Detekce elektronového neutrina v experimentu Super Kamionade. Vzniklý elektron vytvoří difúzní Čerenkovský kroužek kvůli dalši tvorbě  $e^+e^-$  párů v elekromagnetické kaskádě [28].

# 6.7 Detekce neutrin na LHC

První pozorování neutrin na kruhovém urychlovači ve srážkách vstřícných svazků experimentem FASER [31] a FASER $\nu$  na urychlovači LHC.

# 6.8 Hledání a přímá detekce temné hmoty

XENON1T, DAMA, LIBRA, OSQUAR, CAST, CDMS, EDELWEISS

# 6.9 Detektory gravitačních vln

VIRGO, LIGO, aLIGO, eLISA

# 6.10 Částicové detektory v Kosmu

Fermi (Large Area Telescope, LAT) je dráhový detektor a konvertor fotonů na elektron-pozitronové páry, následován EM kalorimetrem.

PAMELA, ATIC AMS-II, CALET POEMMA



Obrázek 42: Detekce elektronového (nahoře; difúzní kvůli EM spršce ze vzniklého elektronu), mionového (uprostřed; viditelá dráha vzniklého mionu) a tauonového (dole; sprška z hadronové kaskády primární interakce následovaná kaskádou z rozpadu tau leptonu) neutrina v experimentu IceCube [29].

# 7 Identifikace částic

### 7.1 Experimenty ATLAS a CMS

Experimenty ATLAS a CMS jsou dva víceúčelové detektory na urychlovači LHC v laboratoři CERN. Jde o soustavy detektorů specializovaných postupně (v radiálním směru od místa srážky dvou protonů) na měření drah, elektromagnetickou a hadronovou kalorimetrii a na detekci mionů.

Dráhový detektor (Inner Tracker, ID) experimentu ATLAS pokrývá pseudorapiditu až do 2,5 a začíná na poloměru 3,3 cm od svazku (tzv. vrstva IBL, Insertable b-Layer,



Obrázek 43: Experimenty ATLAS a CMS na urychlovači LHC

vložená do centrálního detektoru v technické přestávce po skončení 8 TeV běhu urychlovače LHC) a má 4 vrstvy pixelových detektorů. Následují vrstvy stripovýh detektorů (Silicon Microstrip Tracker, SMT). Následuje detektor přechodového záření (Transition Radiation Detector, TRT) pro identifikaci elektronů. Elektromagnetický kalorimetr na bázi technologie kapalného argonu a absorbéru (wolfram, měď, železo) je následován hadronovým kalorimetrem ze železa (absorbér) a plastových scintilačních destiček, z kterých je signál odváděn pomocí WLS vláken.

Pseudorapidita  $\eta$  je definována pomocí azimutálního úhlu  $\theta$  měřeného od pozitivní osy z jako  $\eta \equiv -\ln \tan \frac{\theta}{2}$ . Pseudorapidita rovna nule odpovídá příčné rovině xy.

Poddetektory každého z experimentů se společně podílejí na identifikace elektronů, mionů, hadronových spršk (jetů), tau leptonů, a neutrin pomocí tzv. chybějící příčné energie.



Obrázek 44: Příčný řez schématem dráhového detektoru experimentu ATLAS.



Obrázek 45: Identifikace částic v experimentech ATLAS a CMS na urychlovači LHC.



Obrázek 46: Pravděpodobné ukázky toho, jak v detektorech ATLAS a CMS "vypadá" Higgsův boson v rozpadu na leptony resp. fotony.

# A Dodatky

### A.1 Jednotky

V mikrosvětě pužíváme jako jednotku energie elektronvolt, energii, kterou získá částice s elementárním nábojem při urychlení napětím velikosti jednoho voltu. Současné urychlovače dosahují energie svazků kolem tera elektron voltů, TeV, a částice vstupující do detektorů maji energie od MeV po TeV, typicky však okolo desítek GeV. Alfa částice z běžných radioaktivních zdrojů mají energie okolo 5 MeV, beta elektrony a doprovodné gama záření do jednoho MeV, zatímco miony z kosmického záření mají okolo 20 GeV.

Důležitá kombinace Planckovy konstanty a rychlosti světla dává následující konverzní konstantu mezi energií a vzdáleností

$$\frac{\hbar c}{|e|} \doteq 197 \,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm}$$
.

Konstanta jemné struktury

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \doteq 1/137$$

určuje sílu elektromagnetické interakce a vyskytuje se ve výrazech pro ionizační či brzdné ztráty, které jsou dány interakcí procházející částice s elektrony v atomovém obalu anebo s elektrickým polem jader.

### A.2 Lorentzova transformace, invariantní hmotnost

Uvažujme dvě inerciální vztažné soustavy (pohybující se vůči sobě rovnoměrným přímočarým pohybem), např. IS' podél osy x původní soustavy IS. Je-li x souřadnice nějakého bodu v čase t v IS, pak podle klasické Galileovy transformace jsou souřadnice ve IS' dány známými vztahy

$$x' = x - vt, \quad t' = t$$

Ve speciální teorii relativity se souřadnice však transformují vůči tzv. boostu podél osy x lineárně podle Lorentzovy transformace

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)$$

příp. ekvivalentně

$$x' = \gamma(x - \beta ct), \quad ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

kde

$$\begin{split} \beta &\equiv v/c \,, \quad \gamma^2 \equiv \frac{1}{1-\beta^2} \\ \beta &\in \langle 0, 1 \rangle \,, \quad \gamma \in \langle 1, \infty \rangle \end{split}$$

Lze definovat čtyřvektor

$$x^{\mu} \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (ct, \vec{x}) \equiv (ct, x, y, z),$$

transformující se jako

$$x'^{\mu} = \left( (\gamma(ct - \beta x), \gamma(x - \beta ct), y, z) \right),$$

Podobně se transformují i složky čtyřhybnosti, konkrétně energie a podélná složka hybnosti, zatímco hybnost příčná vzhledem k boostu je neměnná:

$$p^{\mu} \equiv (E, \, \vec{pc})$$

$$p'_{x}c = \gamma(p_{x}c - \beta E), \quad E' = \gamma(E - \beta p_{x}c)$$
$$p'^{\mu} = \left(\gamma(E - \beta p_{x}c), \gamma(p_{x}c - \beta E), p_{y}c, p_{z}c\right).$$

Výhodou je, že skalární součin v Minkovského prostoročase se signaturou (+, -, -, -)

$$x \cdot y \equiv x_{\mu} y^{\mu} \equiv x^0 y^0 - \vec{x} \cdot \vec{y}$$

definuje invariantní hmotu

$$m^2 c^4 \equiv p^2 \equiv p_\mu p^\mu = E^2 - \vec{p}^2 c^2$$

která je invariantní vůči Lorentzově transformaci.

### Příklad:

Ukažte si, že jde skutečně o veličinu invariantní např. vůči boostu podél osy x, tj. spočtěte  $p'_{\mu}p'^{\mu}$  s pomocí konkrétního tvaru transformovaného p' výše.

### A.3 Relativistická kinematika

Relativistická hybnost je dána obdobně jako kalsicky, jen s relativistickou hmotou

$$p = \gamma m v = \gamma \beta m c$$

Celková relativistická energie je dána

$$E = \gamma mc^2 = T + mc^2 \,,$$

kdeTje kinetická energie $T=(\gamma-1)mc^2.$ Protože

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow (\beta\gamma)^2 = \gamma^2 - 1$$

dostáváme vztah mezi relativistickou energií a hybností  $p^2c^2=E^2-m^2c^4,$ tj. $E=\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}.$ 

Jest dále

$$\beta = \frac{pc}{E}, \quad \gamma = \frac{E}{mc^2}, \quad \gamma = \frac{T}{mc^2} + 1$$

#### Příklad:

Ukažte si, jaký čtyřvektor získáte transformací částice v klidu  $k^{\mu}=(mc^2,\vec{0})$  boostem podél osy x.

Řešení:

$$E' = \gamma(E - 0) = \gamma mc^{2}$$
$$p'_{x}c = \gamma(0 - \beta E) = -\gamma\beta mc^{2}$$
$$k'^{\mu} = (\gamma mc^{2}, -\beta\gamma mc^{2}, 0, 0)$$

tj.  $E'=\gamma mc^2\,, |p'|=\gamma\beta mc=\gamma mv$ v souladu se známými vztahy pro relativistickou energii a hybnost.

### Příklad:

Vyjádřete $\beta$ pomocí $\gamma.$ Vyjádřete $\beta\gamma$  jen pomocí $\beta$ či $\gamma.$ Všimněte si podobnosti se vztahem

$$E^2 = m^2 c^2 + p^2 c^2 = m^2 c^2 + \gamma^2 \beta^2 m^2 c^2 = m^2 c^4 (1 + \gamma^2 \beta^2) = \gamma^2 m^2 c^4$$

Ukažte, že zatímco nerelativisticky platí mezi hybností a kinetickou energií vztah  $p = \sqrt{2mT}$ , relativisticky platí  $pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$ , kterýžto výraz lze také přepsat do podoby, kde je patrná limita ke klasickému výrazu pro malé kinetické energie ve srovnání s klidovou energií:  $p = \sqrt{2mT + T^2/c^2}$ .

Pozn.: kinetická energie částice je tedy relativisticky definována jako rozdíl celkové a klidové energie

$$T = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$
.

Definujeme-li $\xi\equiv\gamma-1=T/mc^2,$ tj.  $T=\xi mc^2,$ pak

$$\begin{split} \gamma &= \xi + 1 \,, \quad \beta = \frac{\sqrt{\xi(\xi+2)}}{\xi+1} \\ p &= mc\sqrt{\xi(\xi+2)} \, \Rightarrow \beta \gamma = \sqrt{\xi(\xi+2)} \end{split}$$

### Příklad:

Spočítejte dobu letu částice hmoty m a hybnosti p přes vzdálenost L. Následně vztah invertujte a odvod'te, jak lze ze změřeného času letu (time-of-flight) pro známou hmotu částice spočítat její hybnost.

### A.4 Účinný průřez

Uvažujme  $N_T$  terčíkových jader, na které nalétávají bombardující částice s plošným tokem za čas  $j_B$ . Počet zkoumaných interakcí za jednotku času bude úměrný toku, počtu terčových jader, a příslušnou konstantu úměrnosti, která má rozměr  $m^2$  nazýváme účinný průřez  $\sigma$ 

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \sigma j_B N_T$$

Na druhou stranu pro úbytek bombardujících částic můžeme psát

$$\mathrm{d}N_B = -\sigma n_T N_B \mathrm{d}x$$

$$N_B(x) = N_B(0) \exp(-\sigma x n_T)$$

a tedy lze zavést střední interakční délku, která souvisí s účinným průřezem jako

$$\lambda_{\rm int} \equiv \frac{1}{\sigma n_T}$$

tak, že

$$N_B(x) = N_B(0) \exp(-x/\lambda_{\text{int}})$$

Dále pro interakci na elektronech (např. ionizační ztráty)

$$n_T = N_T / V = \frac{Z}{A} N_A \rho \,[\text{g/cm}^3]$$
$$\lambda_{\text{int}} = \frac{A}{\sigma Z N_A \rho \,[\text{g/cm}^3]}$$

Pro ztráty způsbené jadernými interakcemi pak musíme brát jen

$$\lambda_{\rm int} = \frac{A}{\sigma N_A \rho \,[\rm g/cm^3]}$$

Jednotkou účinného průřezu je  $m^2$ , ale často se používá jednotka barn (angl. stodola)

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{m}^2 = 100 \, \text{fm}^2$$

a pro vzácné procesy se používají jednotky mb,  $\mu$ b, nb, pb, fb ...

Lze také zavést luminozitu jako charakteristiku toho, kolik částic se efektivně sráží v experimentu

$$\mathcal{L} = j_B N_T \,,$$

kterou lze pro srážení na kruhových urychlovačích se vstřícnými svazky psát jako

$$\mathcal{L} = \frac{f N_1 N_2 N_b}{2\pi \, \sigma_x \sigma_y} \,,$$

kde f je oběhová frekvence svazku,  $N_b$  je počet shluků (bunches) částic podél obvodu urychlovače,  $N_i$  je počet částic ve shluku v každém svazku 1 či 2 a  $\sigma_{x,y}$  jsou efektivní překryvy svazků v interakční oblasti v gaussovské aproximaci. Pro časově integrovanou luminozitu

$$L = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L} \, \mathrm{d}t$$

lze psát celkový výtěžek interakce daného typu jako

$$N=\sigma L$$

a luminozitu lze uvádět v jednotkách barn<sup>-1</sup>, mb<sup>-1</sup>,  $\mu$ b<sup>-1</sup>, nb<sup>-1</sup>, pb<sup>-1</sup>, fb<sup>-1</sup> ...

### B Hmotnosti některých částic a izotopů

- Hmota protonu je  $938.2721 \text{ MeV}/c^2$ .
- Hmota neutronu je  $939.5654 \,\mathrm{MeV}/c^2$ .
- Deuteron má vazbovou energi<br/>i $B_D=2224.52\pm0.20\,{\rm keV},$ tj. cca 1.1 MeV na jeden nukleon. Jeho h<br/>motnost je tedy  $m_n+m_p-B_D/c^2=1875.6\,{\rm MeV}/c^2.$
- Alfa částice má obzvláště vysokou vazbovou energii na jeden nuklen, přibližně 7 MeV, a má hmotnost  $2m_n + 2m_p B_\alpha/c^2 = 3.727 \,\text{GeV}/c^2$ .

#### Příklad:

Spočtěte si dle výše uvedených hmostností vazbovou energii alfa částice na jeden nukleon.

# Reference

- Particle Data Group. Particle Data Group. PDG, 2016. http://www-pdg.lbl. gov/2016/reviews/contents\_sports.html.
- [2] Erika Garutti. The Physics of Particle Detectors. WWW, 2012. http://www. desy.de/~garutti/LECTURES/ParticleDetectorSS12/Lectures\_SS2012.htm.
- [3] Werner Riegler. Summer Student Lecture Programme Course: Detectors (1-5). WWW, 2009. https://indico.cern.ch/event/57337/.
- [4] Particle Data Group. Particle Data Group, Passage of Particle through Matter. PDG, 2016. http://www-pdg.lbl.gov/2016/reviews/ rpp2016-rev-passage-particles-matter.pdf.

- [5] Aharonian F.A. An Q. et al. Cao, Z. Ultrahigh-energy photons up to 1.4 petaelectronvolts from 12 γ-ray Galactic sources. *Nature*, 2021. https://doi.org/10. 1038/s41586-021-03498-z.
- [6] Jacques Marteau, Bruno Carlus, Dominique Gibert, Jean-Christophe Ianigro, Kevin Jourde, Bruno Kergosien, and Pascal Rolland. Muon tomography applied to active volcanoes. *PoS*, PhotoDet2015:004, 2016.
- [7] Kunihiro Morishima et. al. Discovery of a big void in Khufu's Pyramid by observation of cosmic-ray muons. *Nature*, 552:386–390, 2017.
- [8] M. et al Tabata. Development of silica aerogel with any density. In IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record, 2005, volume 2, pages 816–818, 2005.
- [9] C. Deaconu et al. A search for ultrahigh-energy neutrinos associated with astrophysical sources using the third flight of ANITA. *JCAP*, 04:017, 2021.
- [10] David Saltzberg, Peter Gorham, Dieter Walz, Clive Field, Richard Iverson, Allen Odian, George Resch, Paul Schoessow, and Dawn Williams. Observation of the Askaryan effect: Coherent microwave Cherenkov emission from charge asymmetry in high-energy particle cascades. *Phys. Rev. Lett.*, 86:2802–2805, 2001.
- [11] Donald Perkins. Particle Astrophysics. Oxford University Press, 2009. ISBN: 978-0-19-954546-9.
- [12] Morad Aaboud et al. A measurement of material in the ATLAS tracker using secondary hadronic interactions in 7 TeV pp collisions. JINST, 11(11):P11020, 2016.
- [13] Particle Data Group. Particle Data Group, Detectors at Accelerators. PDG, 2016. http://www-pdg.lbl.gov/2016/reviews/ rpp2016-rev-particle-detectors-accel.pdf.
- [14] Christian W. Fabjan and Fabiola Gianotti. Calorimetry for particle physics. Rev. Mod. Phys., 75:1243–1286, Oct 2003. https://cds.cern.ch/record/692252/.
- [15] S. Agostinelli et al. Geant4 a simulation toolkit. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 506(3):250 – 303, 2003.
- [16] J. Allison et al. Recent developments in geant4. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 835:186 – 225, 2016.
- [17] John Allison et al. Geant4 developments and applications. *IEEE Trans. Nucl.* Sci., 53:270, 2006.
- [18] T.A. Gabriel, D.E. Groom, P.K. Job, N.V. Mokhov, and G.R. Stevenson. Energy dependence of hadronic activity. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 338(2):336 – 347, 1994.
- [19] Donald E. Groom. Energy flow in a hadronic cascade: Application to hadron calorimetry. In Calorimetry in high-energy physics. Proceedings, 7th International Conference, Tucson, USA, November 9-14, 1997, pages 507–521, 1997.

- [20] ATLAS Collaboration. dE/dx measurement in the ATLAS Pixel Detector and its use for particle identification. ATLAS CONF, 2011. https://atlas.web.cern. ch/Atlas/GROUPS/PHYSICS/CONFNOTES/ATLAS-CONF-2011-016/.
- [21] Weilin Yu. Particle identification of the alice tpc via de/dx. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 706:55 – 58, 2013. TRDs for the Third Millenium.
- [22] Jiří Kvita, Berenika Čermáková, Natálie Matulová, Jan Poštulka, and Daniel Staník. Particle camera MX-10 in physics education. *Physics Education*, 54(2):025011, Jan 2019.
- [23] D. Heck, J. Knapp, J.N. Capdevielle, G. Schatz, T. Thouw. CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. 2018. https://www.ikp.kit. edu/corsika/.
- [24] Johannes Knapp Fabian Schmidt. CORSIKA Shower Images. University of Leeds (2005), UK, 2005. https://www-zeuthen.desy.de/~jknapp/fs/showerimages. html.
- [25] The IceCube Collaboration. Detection of a particle shower at the Glashow resonance with IceCube. Nature, (591):220-224, March 2021. https://www.nature. com/articles/s41586-021-03256-1.
- [26] R. Abbasi et al. Measurement of Astrophysical Tau Neutrinos in IceCube's High-Energy Starting Events. 11 2020.
- [27] O. Deligny. The energy spectrum of ultra-high energy cosmic rays measured at the Pierre Auger Observatory and at the Telescope Array. *PoS*, ICRC2019:234, 2020.
- [28] Tomasz Barszczak. Images of Super-Kamiokande events from tscan. WWW, 1999. http://www.ps.uci.edu/~tomba/sk/tscan/pictures.html.
- [29] U Wisconsin. IceCube MasterClass. WWW, 2018. https://masterclass. icecube.wisc.edu/en/learn/detecting-neutrinos.
- [30] N. Agafonova et al. Discovery of  $\tau$  Neutrino Appearance in the CNGS Neutrino Beam with the OPERA Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 115(12):121802, 2015.
- [31] Henso Abreu et al. First neutrino interaction candidates at the LHC. 2021. https://arxiv.org/abs/2105.06197.