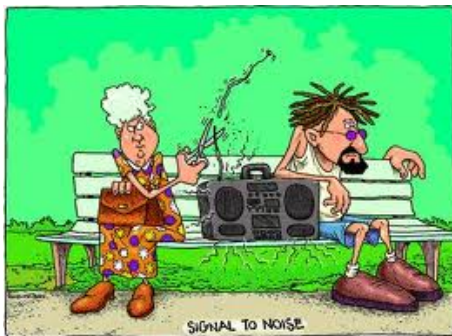


Detekce světla – Šum fotodetektorů

Antonín Černoch Jan Soubusta Ondřej Haderka

Společná Laboratoř Optiky UP a FZÚ AV ČR



Obsah

- 1 Zdroje šumu
 - Fotonový šum
 - Fotoelektronový šum
 - Šum fotoproudu
 - Šum zisku
 - Obvodový šum
- 2 SNR a BER

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Šum fotodetektorů

Generovaný elektrický proud $I(t)$ je náhodná veličina

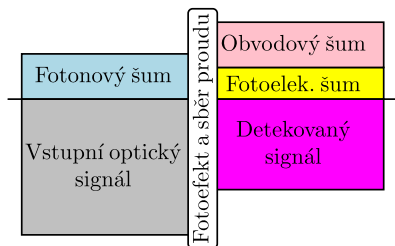
$$\bar{I} = \eta e \Phi_p, \quad \sigma_I^2 = \langle (I - \bar{I})^2 \rangle$$

Zdroje šumu

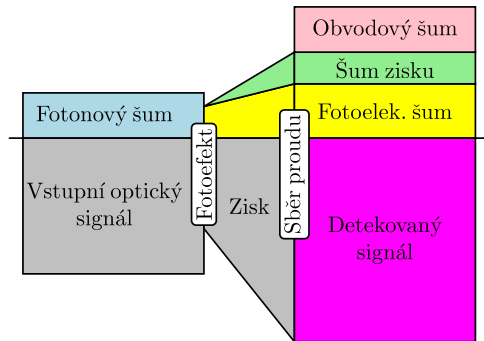
- 1 Fotonový šum – dopadající fotony, většinou Poissonovo rozdělení
- 2 Fotoelektronový šum – vždy pro $\eta < 1$
- 3 Šum zisku – u fotorezistorů a APD zisk náhodný
- 4 Šum vnějšího obvodu – rezistory, kondenzátory atd.
- 5 Šum pozadí – neodstíněné světlo z nesledovaných zdrojů, termální záření objektů
- 6 Temný šum – náhodná generace nosičů termálně nebo tunelováním

Zdroje šumu

Detektor bez zisku



Detektor se ziskem



Veličiny poměřující šum

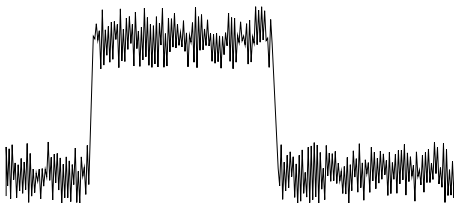
SNR Poměr signálu k šumu, $SNR = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{n}^2}{\sigma_n^2}$,
minimální detekovaný signál má $SNR = 1$

NEP Výkon odpovídající šumu

F Faktor zvýšení šumu (*Excess noise factor*), $F = \langle G^2 \rangle / \langle G \rangle^2$

BER Chybovost na bit informace (*Bit error rate*)

Citlivost přijímače (*Receiver sensitivity*) minimální Φ_p pro určitou hodnotu SNR_0 (10^{-3}) popř. BER (10^{-9})



Veličiny poměřující šum

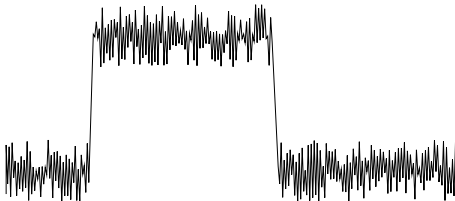
SNR Poměr signálu k šumu, $\text{SNR} = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{n}^2}{\sigma_n^2}$,
minimální detekovaný signál má $\text{SNR} = 1$

NEP Výkon odpovídající šumu

F Faktor zvýšení šumu (*Excess noise factor*), $F = \langle G^2 \rangle / \langle G \rangle^2$

BER Chybovost na bit informace (*Bit error rate*)

Citlivost přijímače (*Receiver sensitivity*) minimální Φ_p pro určitou hodnotu SNR_0 (10^{-10} až 10^{-3}) popř. BER (10^{-9})



Veličiny poměřující šum

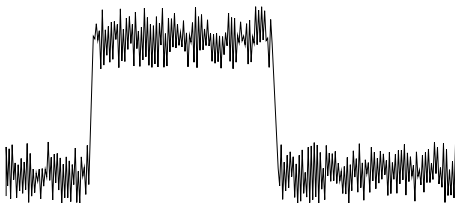
SNR Poměr signálu k šumu, $SNR = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{P}^2}{\sigma_P^2}$,
minimální detekovaný signál má $SNR = 1$

NEP Výkon odpovídající šumu

F Faktor zvýšení šumu (*Excess noise factor*), $F = \langle G^2 \rangle / \langle G \rangle^2$

BER Chybovost na bit informace (*Bit error rate*)

Citlivost přijímače (*Receiver sensitivity*) minimální Φ_p pro určitou hodnotu SNR_0 (10^{-3}) popř. BER (10^{-9})



Veličiny poměřující šum

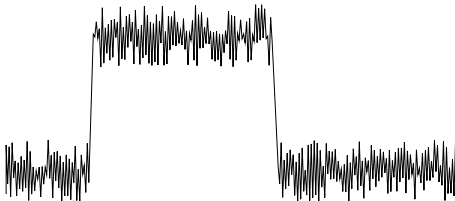
SNR Poměr signálu k šumu, $SNR = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{n}^2}{\sigma_n^2}$,
minimální detekovaný signál má $SNR = 1$

NEP Výkon odpovídající šumu

F Faktor zvýšení šumu (*Excess noise factor*), $F = \langle G^2 \rangle / \langle G \rangle^2$

BER Chybovost na bit informace (*Bit error rate*)

Citlivost přijímače (*Receiver sensitivity*) minimální Φ_p pro určitou hodnotu SNR_0 (10^{-3}) popř. BER (10^{-9})



Veličiny poměřující šum

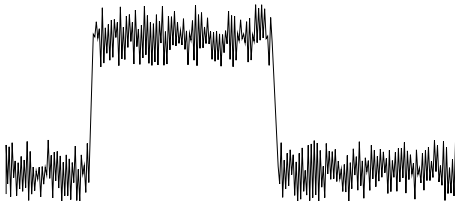
SNR Poměr signálu k šumu, $SNR = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{n}^2}{\sigma_n^2}$,
minimální detekovaný signál má $SNR = 1$

NEP Výkon odpovídající šumu

F Faktor zvýšení šumu (*Excess noise factor*), $F = \langle G^2 \rangle / \langle G \rangle^2$

BER Chybovost na bit informace (*Bit error rate*)

Citlivost přijímače (*Receiver sensitivity*) minimální Φ_p pro určitou hodnotu SNR_0 (10^{-3}) popř. BER (10^{-9})



Fotonový šum

- neodstranitelný, charakteristika dopadajícího záření
- Laserové záření nebo termální s šířkou spektra $> 1/T \rightarrow$ Poissonova statistika

Fotonový šum

- neodstranitelný, charakteristika dopadajícího záření
- Laserové záření nebo termální s šířkou spektra $> 1/T \rightarrow$ Poissonova statistika

Poissonova statistika (výstřelový šum)

$$\bar{n} = \Phi_p t_r, \quad p(m) = \frac{\bar{n}^m e^{-\bar{n}}}{m!}, \quad \sigma_n^2 = \bar{n}, \quad \text{SNR} = \bar{n}$$

Fotonový šum

- neodstranitelný, charakteristika dopadajícího záření
- Laserové záření nebo termální s šířkou spektra $> 1/T \rightarrow$ Poissonova statistika

Poissonova statistika (výstřelový šum)

$$\bar{n} = \Phi_p t_r, \quad p(m) = \frac{\bar{n}^m e^{-\bar{n}}}{m!}, \quad \sigma_n^2 = \bar{n}, \quad \text{SNR} = \bar{n}$$

minimální detekovaný signál je 1 foton

Fotonový šum

- neodstranitelný, charakteristika dopadajícího záření
- Laserové záření nebo termální s šířkou spektra $> 1/T \rightarrow$ Poissonova statistika

Poissonova statistika (výstřelový šum)

$$\bar{n} = \Phi_p t_r, \quad p(m) = \frac{\bar{n}^m e^{-\bar{n}}}{m!}, \quad \sigma_n^2 = \bar{n}, \quad \text{SNR} = \bar{n}$$

minimální detekovaný signál je 1 foton

Example

Pro $t_r = 1 \mu\text{s}$ a $\lambda = 1.24 \mu\text{m}$ odpovídá jeden foton minimálnímu detekovanému výkonu 0.16 pW.

Pro $\text{SNR}_0 = 10^3$ (30 dB) je potřeba 10^3 fotonů.

Fotoelektronový šum

Náhodnost vzniku páru nosičů po dopadu fotonu

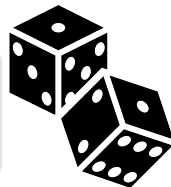
- s pravděpodobností η vznikne
- s pravděpodobností $1 - \eta$ nevznikne



Fotoelektronový šum

Náhodnost vzniku páru nosičů po dopadu fotonu

- s pravděpodobností η vznikne
- s pravděpodobností $1 - \eta$ nevznikne



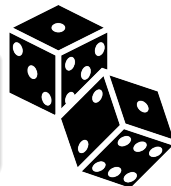
Počet fotoelektronů

- náhodná veličina
- střední hodnota $\bar{m} = \eta \bar{n} = \eta \Phi_p t_r$
- kopíruje statistiku dopadajícího záření (Poissonova $\rightarrow \sigma_m^2 = \text{SNR} = \bar{m} = \eta \bar{n}$)
- fotoelektronový a fotonový šum nejsou aditivní

Fotoelektronový šum

Náhodnost vzniku páru nosičů po dopadu fotonu

- s pravděpodobností η vznikne
- s pravděpodobností $1 - \eta$ nevznikne

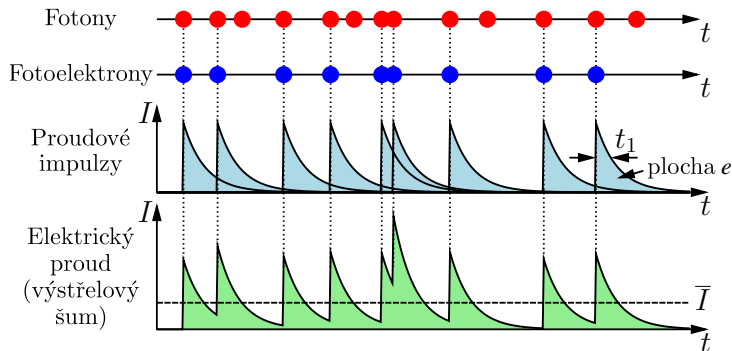


Počet fotoelektronů

- náhodná veličina
- střední hodnota $\bar{m} = \eta \bar{n} = \eta \Phi_p t_r$
- kopíruje statistiku dopadajícího záření
(Poissonova $\rightarrow \sigma_m^2 = \text{SNR} = \bar{m} = \eta \bar{n}$)
- fotoelektronový a fotonový šum nejsou aditivní

Šum fotoproudu

- fluktuace elektrického proudu $I(t)$ v obvodu fotodetektoru v závislosti na dopadajícím fotonovém toku
- zahrnuje fotonový a fotoelektronový šum, charakteristickou dobu odezvy a elektrické zapojení detektoru



Šum fotoproudu

- dopadající záření Φ_p generuje $\eta \bar{n} = \bar{m}$ fotoelektronů za charakteristickou dobu odezvy $t_r = \frac{1}{2B}$ (rozlišovací schopnost)
- fotoproud $\bar{I} = \bar{m}e/t_r, \quad \sigma_I^2 = (e/t_r)^2 \sigma_m^2$

Šum fotoproudu

- dopadající záření Φ_p generuje $\eta \bar{n} = \bar{m}$ fotoelektronů za charakteristickou dobu odezvy $t_r = \frac{1}{2B}$ (rozlišovací schopnost)
- fotoproud $\bar{I} = \bar{m}e/t_r, \quad \sigma_I^2 = (e/t_r)^2 \sigma_m^2$

Poissonovské dopadající záření

$$\bar{I} = e\eta\Phi_p, \quad \sigma_I^2 = 2e\bar{I}B, \quad \text{SNR} = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{I}}{2eB} = \frac{\eta\Phi_p}{2B} = \bar{m}$$

Příklad

$$\bar{I} = e\eta\Phi_p, \quad \sigma_I^2 = 2e\bar{I}B, \quad \text{SNR} = \frac{\bar{I}^2}{\sigma_I^2} = \frac{\bar{I}}{2eB} = \frac{\eta\Phi_p}{2B} = \bar{m}$$

- $\Phi_p = 1.25 \times 10^{11}$ fotonů/s, $B = 100$ MHz, $\eta = 50\%$
- rozlišovací doba detektoru $t_r = \frac{1}{2B} = 5$ ns
- proud $\bar{I} = 10$ nA a šumový proud $\sigma_I \approx 0.57$ nA
- $\text{SNR} = 312.5$ (25 dB)
- minimální zaznamenateľný fotonový tok je $\Phi_p = \frac{2B}{\eta} = 4 \times 10^8$
- pro citlivost přijímače $\text{SNR}_0 = 10^3$ dostaneme

$$\Phi_p = 1\,000 \frac{2B}{\eta} = 4 \times 10^{11} \text{ fotonů za sekundu}$$

Šum zisku

Proces zesílení

deterministický – potom $e \rightarrow q = Ge$, žádný šum navíc

náhodný (u fotorezistoru, APD i fotonásobiče) – potom $\bar{G}$ s σ_G^2

proud v obvodu $\bar{I} = e\bar{G}\eta\Phi_p, \quad \sigma_I^2 = 2e\bar{G}\bar{I}BF$

Šum zisku

Proces zesílení

deterministický – potom $e \rightarrow q = Ge$, žádný šum navíc

náhodný (u fotorezistoru, APD i fotonásobiče) – potom $\bar{G}$ s σ_G^2

proud v obvodu $\bar{I} = e\bar{G}\eta\Phi_p, \quad \sigma_I^2 = 2e\bar{G}\bar{I}BF$

Faktor zvýšení šumu F

- $F = \frac{\langle G^2 \rangle}{\langle G \rangle^2} = 1 + \frac{\sigma_G^2}{\langle G \rangle^2}$
- $F \geq 1$ a roste s náhodností zesílení

Šum zisku

Proces zesílení

deterministický – potom $e \rightarrow q = Ge$, žádný šum navíc

náhodný (u fotorezistoru, APD i fotonásobiče) – potom $\bar{G}$ s σ_G^2

proud v obvodu $\bar{I} = e\bar{G}\eta\Phi_p, \quad \sigma_I^2 = 2e\bar{G}\bar{I}BF$

Faktor zvýšení šumu F

- $F = \frac{\langle G^2 \rangle}{\langle G \rangle^2} = 1 + \frac{\sigma_G^2}{\langle G \rangle^2}$
- $F \geq 1$ a roste s náhodností zesílení

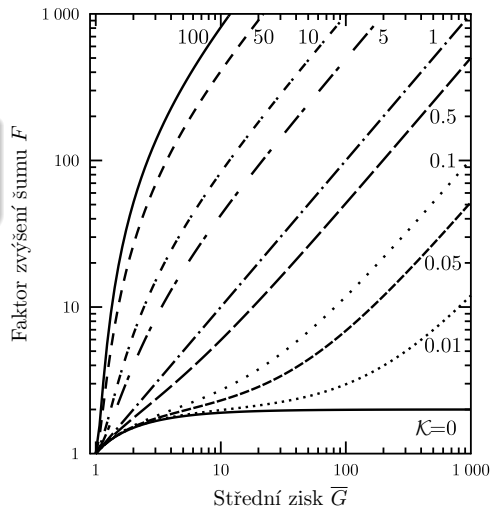
$$\text{SNR} = \frac{\bar{I}}{2e\bar{G}BF} = \frac{\eta\Phi_p}{2BF} = \frac{\bar{m}}{F}$$

Faktor zvýšení šumu u APD

Injekce nosičů náboje do
multiplikační oblasti APD

Elektrony do materiálu s $\mathcal{K} < 1$

$$F = \mathcal{K}\bar{G} + (1 - \mathcal{K})(2 - 1/\bar{G})$$



Faktor zvýšení šumu u APD

Injekce nosičů náboje do
multiplikační oblasti APD

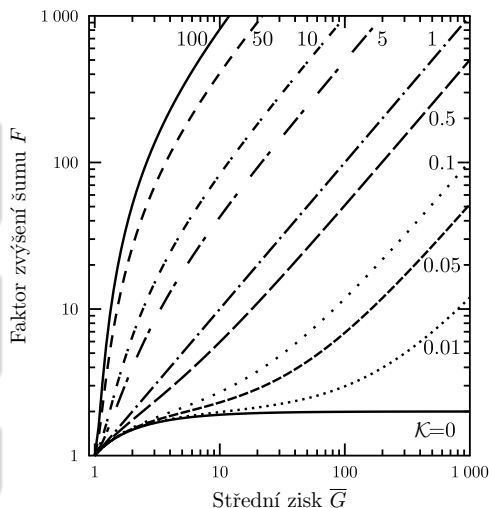
Elektrony do materiálu s $\mathcal{K} < 1$

$$F = \mathcal{K}\bar{G} + (1 - \mathcal{K})(2 - 1/\bar{G})$$

Díry do materiálu s $\mathcal{K} > 1$

$$F = \bar{G}/\mathcal{K} + (1 - 1/\mathcal{K})(2 - 1/\bar{G})$$

**Injekce elektronů i děr
sečtení obou vzorců**



Příčiny šumu zisku APD

- 1 náhodnost místa vzniku
- 2 zpětná vazba – excitují oba nosiče

Možnosti potlačení šumu zisku

- organizace materiálu, jen pro $d_m < 400$ nm a malý zisk
- uprava energie injektovaných nosičů gradientním polem – redukce první mrtvé oblasti
- heterostruktury – skoky v energetických pásech

Příčiny šumu zisku APD

- 1 náhodnost místa vzniku
- 2 zpětná vazba – excitují oba nosiče

Možnosti potlačení šumu zisku

- organizace materiálu, jen pro $d_m < 400$ nm a malý zisk
- uprava energie injektovaných nosičů gradientním polem – redukce první mrtvé oblasti
- heterostruktury – skoky v energetických pásech

Příčiny šumu zisku APD

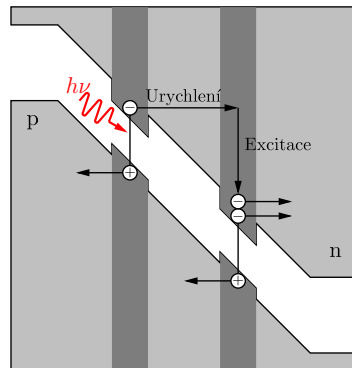
- 1 náhodnost místa vzniku
- 2 zpětná vazba – excitují oba nosiče

Možnosti potlačení šumu zisku

- organizace materiálu, jen pro $d_m < 400$ nm a malý zisk
- uprava energie injektovaných nosičů gradientním polem – redukce první mrtvé oblasti
- heterostruktury – skoky v energetických pásech

Příčiny šumu zisku APD

- ❶ náhodnost místa vzniku
- ❷ zpětná vazba – excitují oba nosiče



Možnosti potlačení šumu zisku

- organizace materiálu, jen pro $d_m < 400$ nm a malý zisk
- uprava energie injektovaných nosičů gradientním polem – redukce první mrtvé oblasti
- heterostruktury – skoky v energetických pásech

Obvodový šum

tepelný pohyb nosičů náboje v rezistorech a v tranzistorech zesilovače

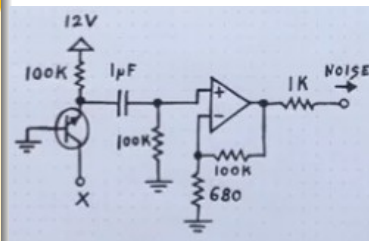
Tepelný šum (Johnsonův, Nyquistův)

- náhodné fluktuace proudu pro $T > 0\text{ K}$
- je-li $B \ll k_B T/h = 6.24\text{ THz}$ ($T = 300\text{ K}$), potom $\sigma_I^2 \approx 4k_B TB/R$

Parametr šumu obvodu σ_q

$$\sigma_q = \frac{\sigma_r t_r}{e} = \frac{\sigma_r}{2Be}$$

- σ_r/e - variance elektronového toku
- limitace odporem – $\sigma_q = \sqrt{\frac{k_B T}{e^2 R_L B}}$
- limitace zesílením – $\sigma_q \approx \sqrt{\frac{B}{10}}$



Obsah

1 Zdroje šumu

2 SNR a BER

Poměr signálu k šumu SNR

$$\text{SNR} = \frac{\bar{I}}{2e\bar{G}\bar{I}BF + \sigma_r^2} = \frac{(e\bar{G}\eta\Phi_p)^2}{2e^2\bar{G}^2\eta BF\Phi_p + \sigma_r^2} = \frac{\bar{G}^2\bar{m}^2}{\bar{G}^2 F\bar{m} + \sigma_q^2}$$

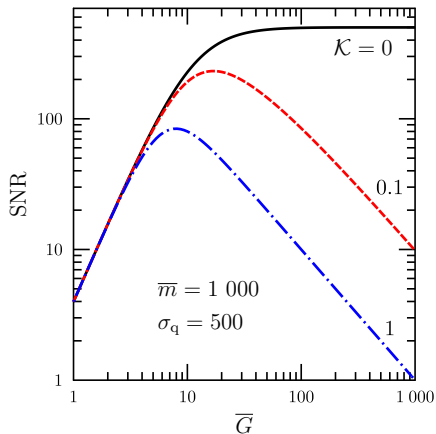
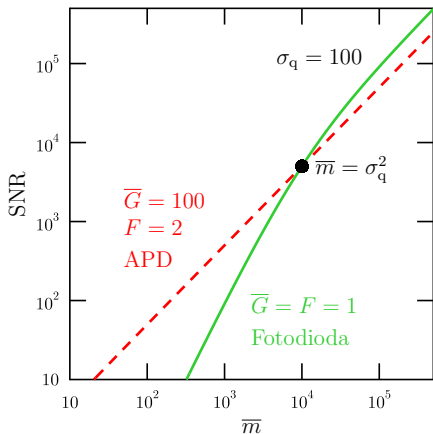
- detektor bez zisku $\rightarrow$

$$\text{SNR} = \bar{m}^2 / (\bar{m} + \sigma_q^2)$$

- minimální počet fotoelektronů $\bar{m}_0$ pro určitou hodnotu SNR_0 –

$$\bar{m}_0 = \frac{1}{2} \left[\text{SNR}_0 + \sqrt{\text{SNR}_0^2 + 4\sigma_q^2 \text{SNR}_0} \right]$$

SNR v závislosti na počtu fotoelektronů a na zisku



Chybovost BER

- "1" – detekce $\bar{n}$ fotonů $\times$ "0" – bez detekce (0 fotonů)
- průměrný počet fotonů na bit $\rightarrow \bar{n}_b = \bar{n}/2$
- Poissonovo rozdělení – $BER = e^{-\bar{n}}/2 = e^{-2\bar{n}_b}/2$

Minimální průměrný počet fotonů na bit pro $BER_0 = 10^{-9}$

ideální detektor	10	InGaAs APD	500
Si APD	125	p-i-n fotodioda	6 000

Střední počet fotoelektronů na bit $\bar{m}_b$

$$\bar{m}_b = 18F + \frac{6\sigma_q}{G}$$